

Die Dynamik der Liebe

Christian Pötzsche
Institut für Mathematik
Alpen-Adria Universität Klagenfurt

Dynamik der Liebe

* Duden: Liebe ist

1 starkes Gefühl des Hingezogenseins; starke, im Gefühl begründete Zuneigung zu einem [...] Menschen

2 auf starker körperlicher, geistiger, seelischer Anziehung beruhende Bindung an einen bestimmten Menschen, verbunden mit dem Wunsch nach Zusammensein, Hingabe o.Ä.

Einerseits...

- * verschiedene Formen von Liebe
(Vertrautheit, Leidenschaft, Hingabe)
- * Liebe ist ein komplexer Mix diverser
Gefühle
- * Liebe muss sich nicht auf eine andere
Person beschränken

Einerseits...

- * Liebe kann sich zwar ins Gegenteil verkehren...

Duden (Hass): heftige Abneigung; starkes Gefühl der Ablehnung und Feindschaft

- * ...Liebe und Hass können koexistieren

Andererseits...

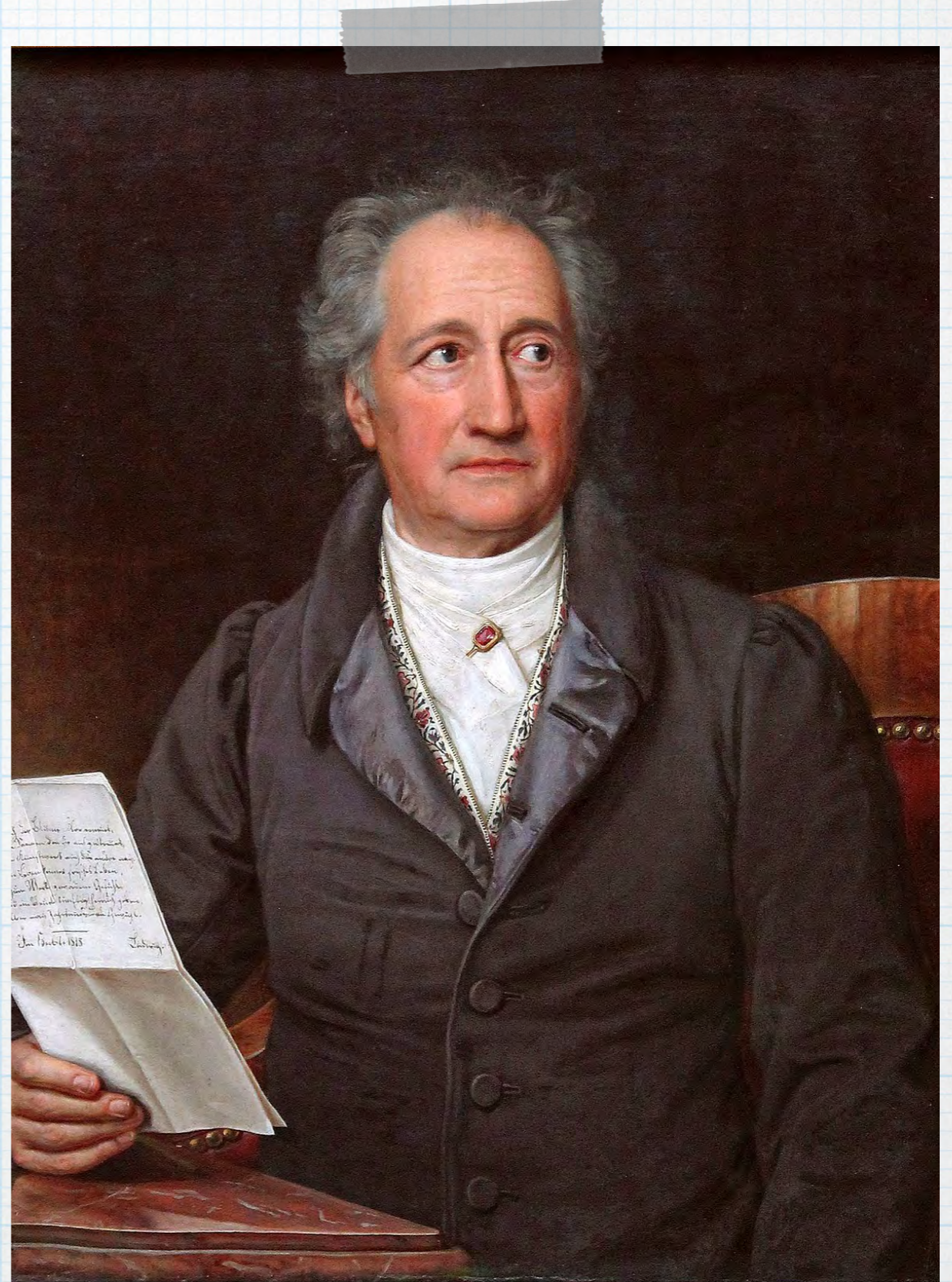
- * Liebe hat verschiedene Intensitäten
- * Beziehungen sind zeitlich veränderliche Prozesse und enden in Mustern
 - stabil
 - auf-und-ab
 - turbulent

Mathematik

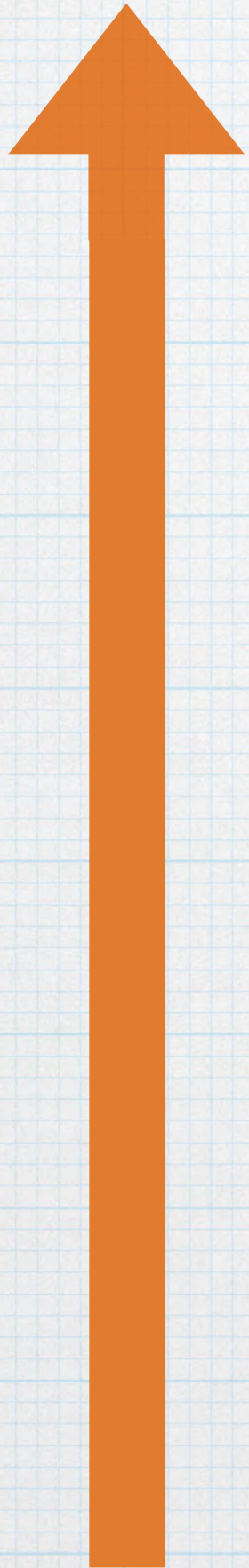


“Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anders.”

–Johann Wolfgang von Goethe



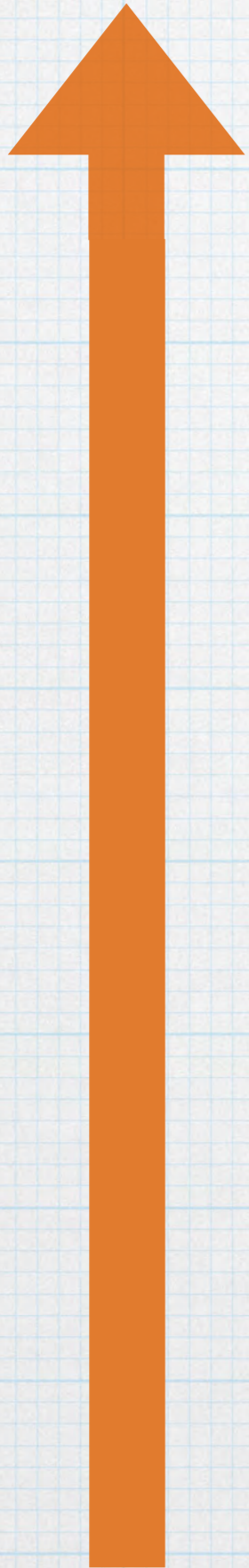
Joseph Karl Stieler (1828)



Zuneigung

Indifferenz

Abneigung



Liebe

Freundschaft

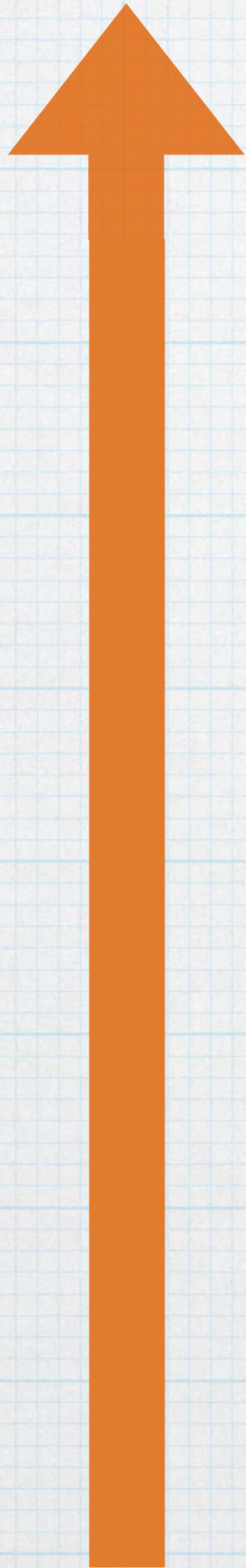
Sympathie

Indifferenz

Antipathie

Verachtung

Hass



Liebe

Freundschaft

Sympathie

Indifferenz

Antipathie

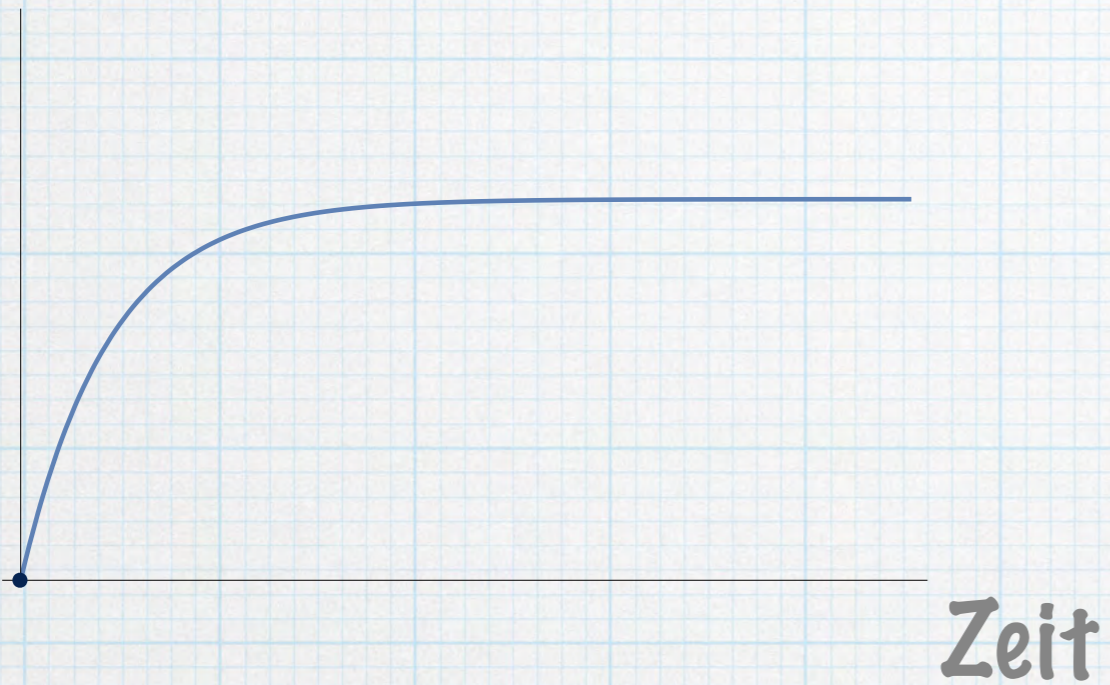
Verachtung

Hass

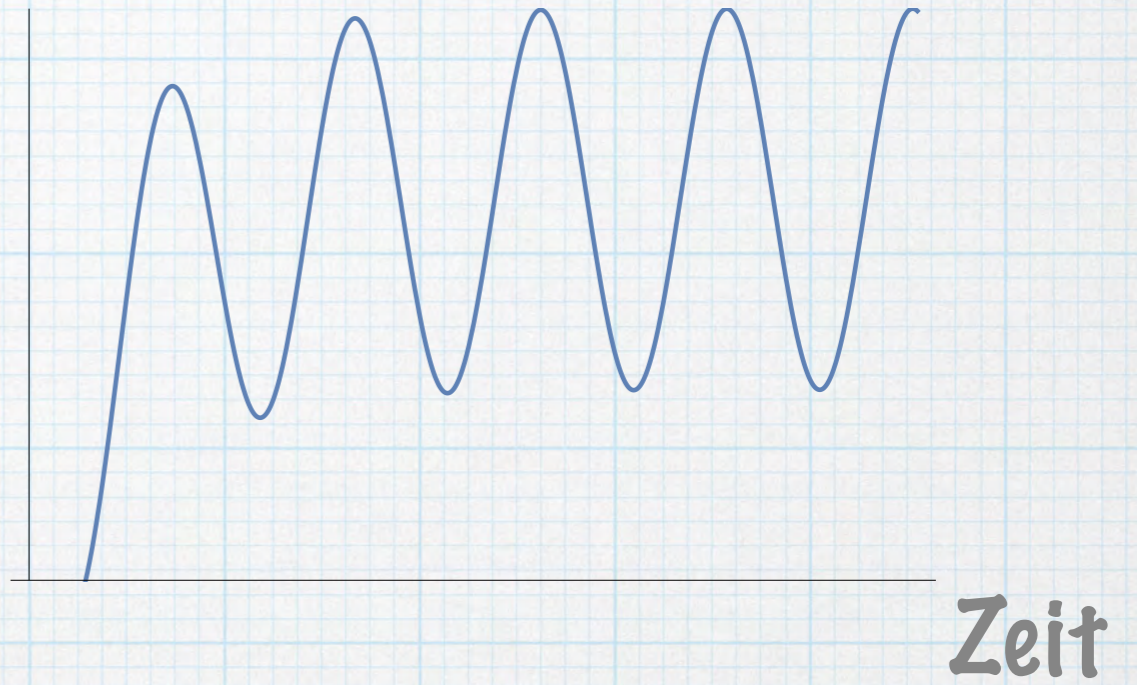
Zuneigung ist eine Zahl
- positiv
- neutral
- negativ

Zuneigung kann zeitlich veränderlich sein

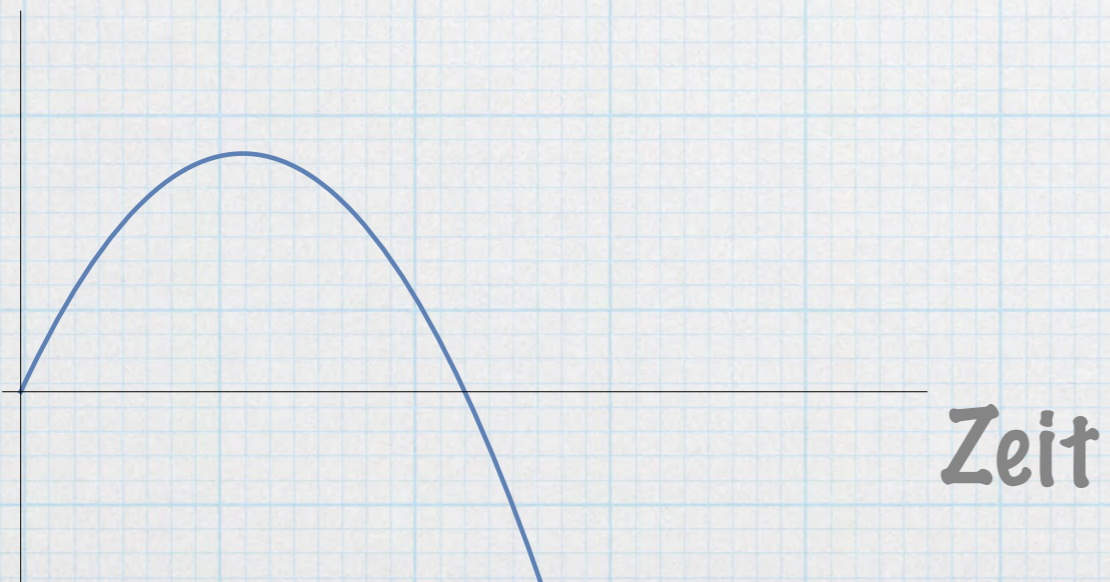
Zuneigung



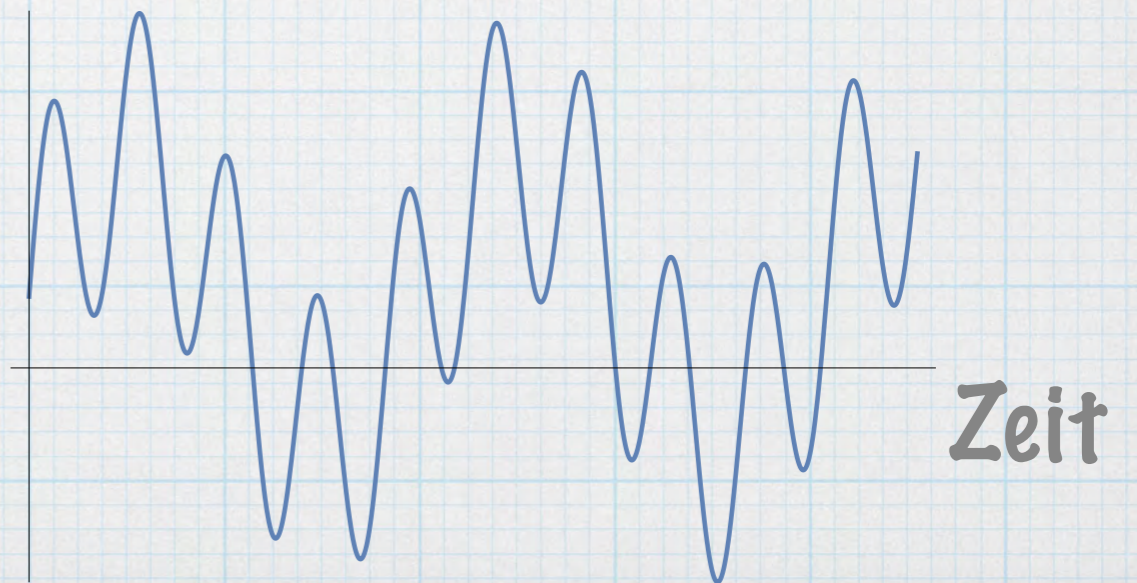
Zuneigung



Zuneigung

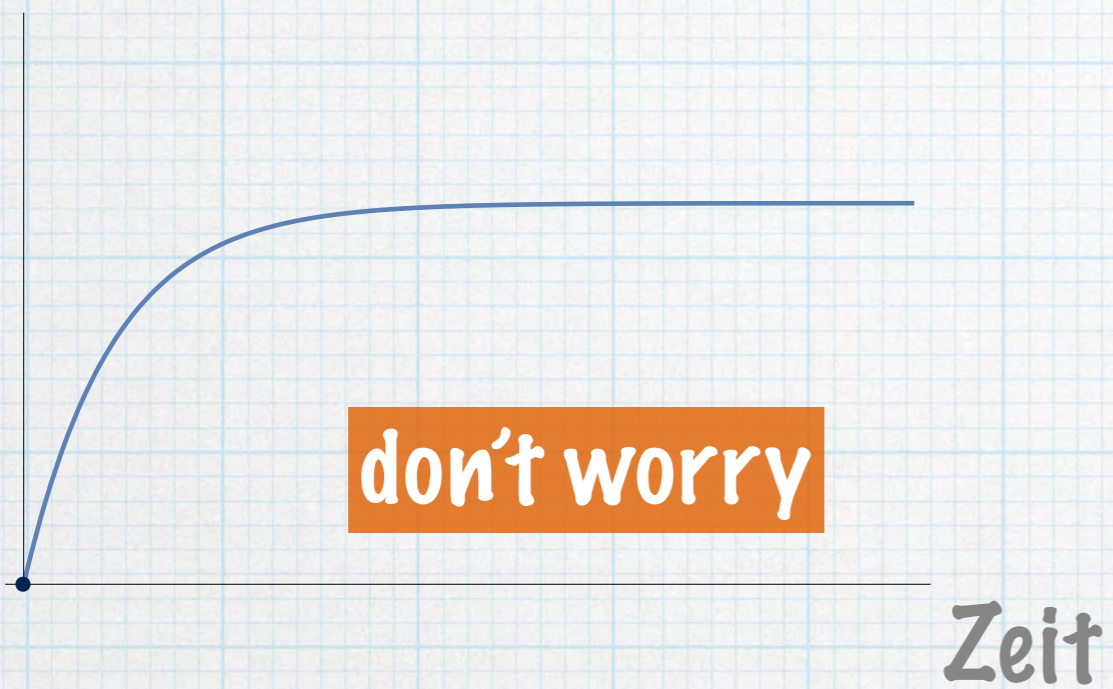


Zuneigung

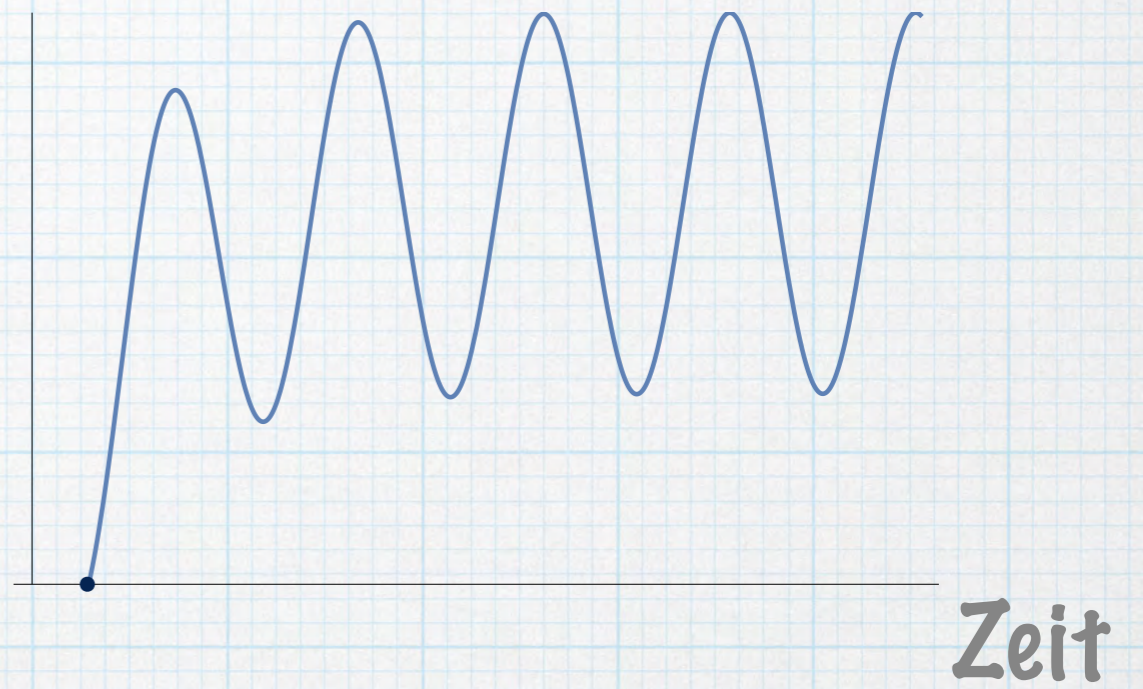


Zuneigung kann zeitlich veränderlich sein

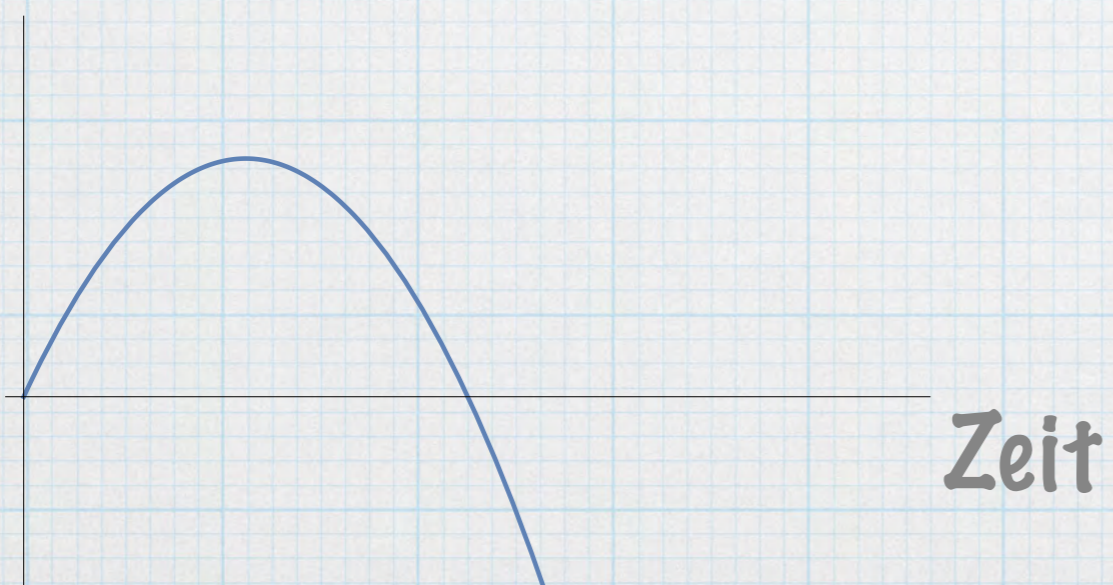
Zuneigung



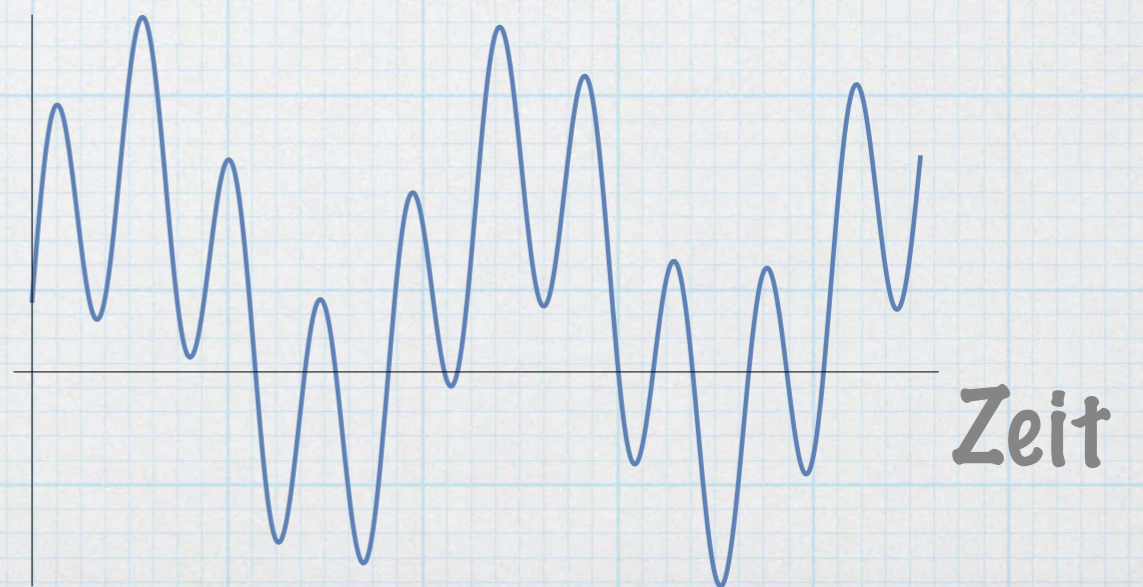
Zuneigung



Zuneigung



Zuneigung

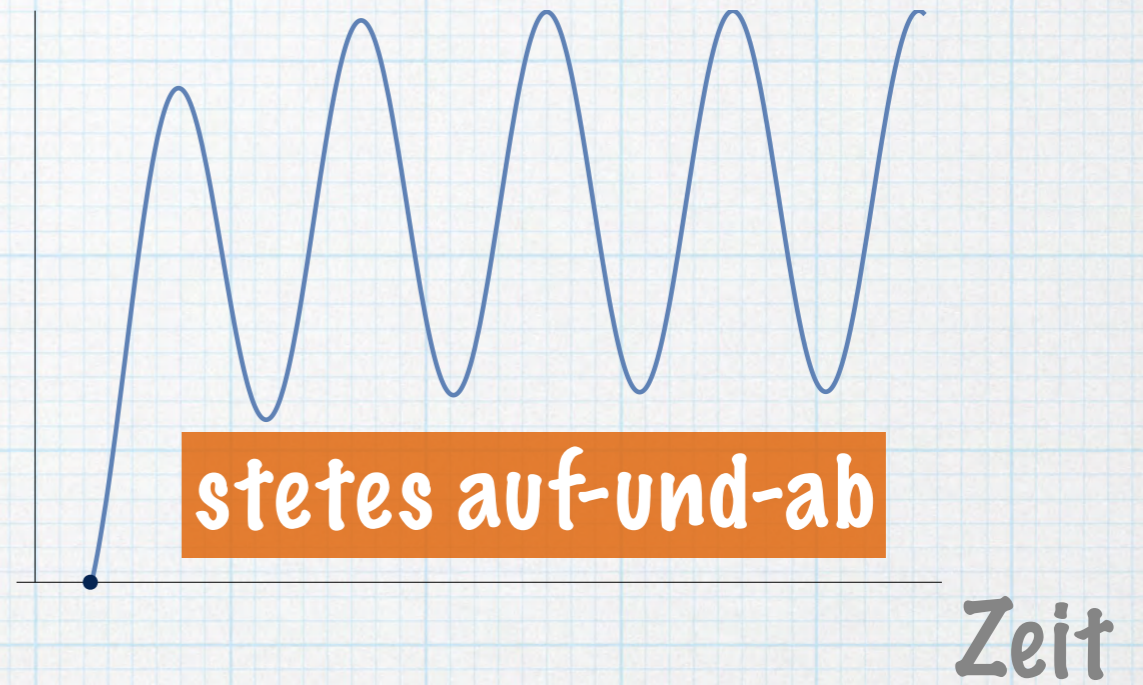


Zuneigung kann zeitlich veränderlich sein

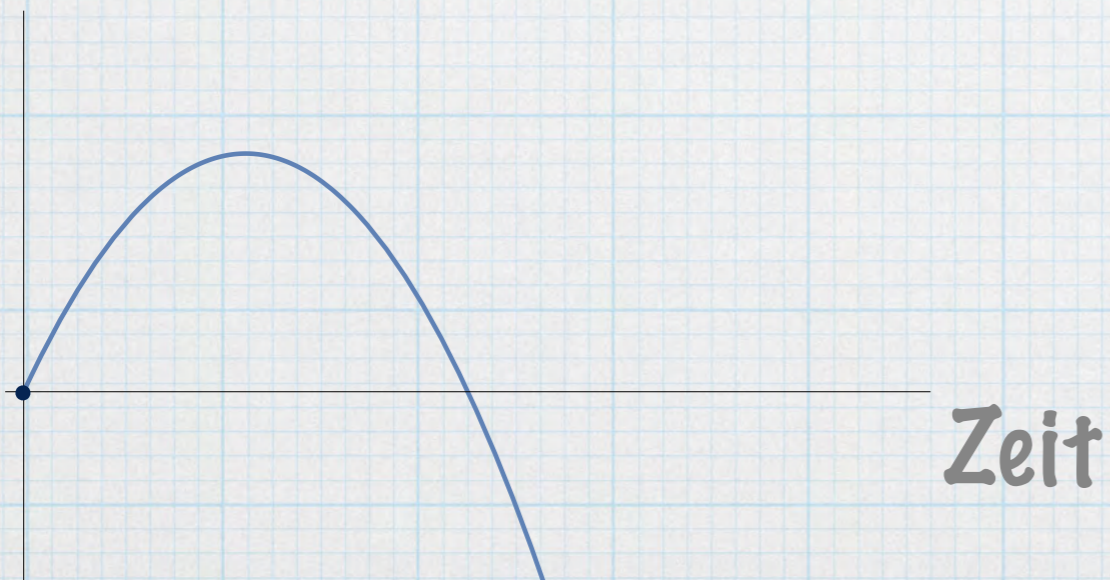
Zuneigung



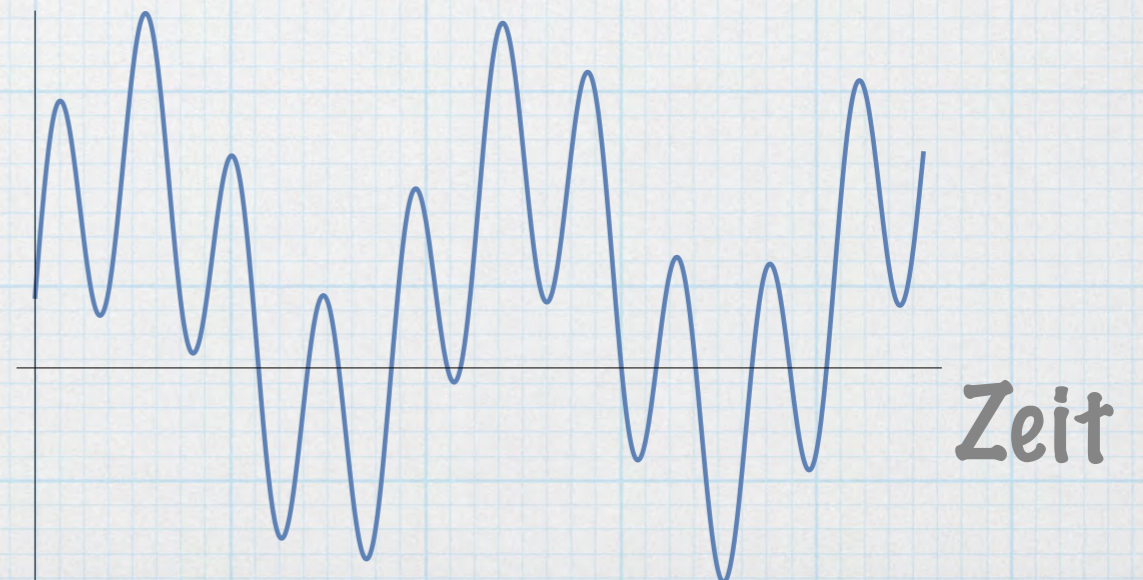
Zuneigung



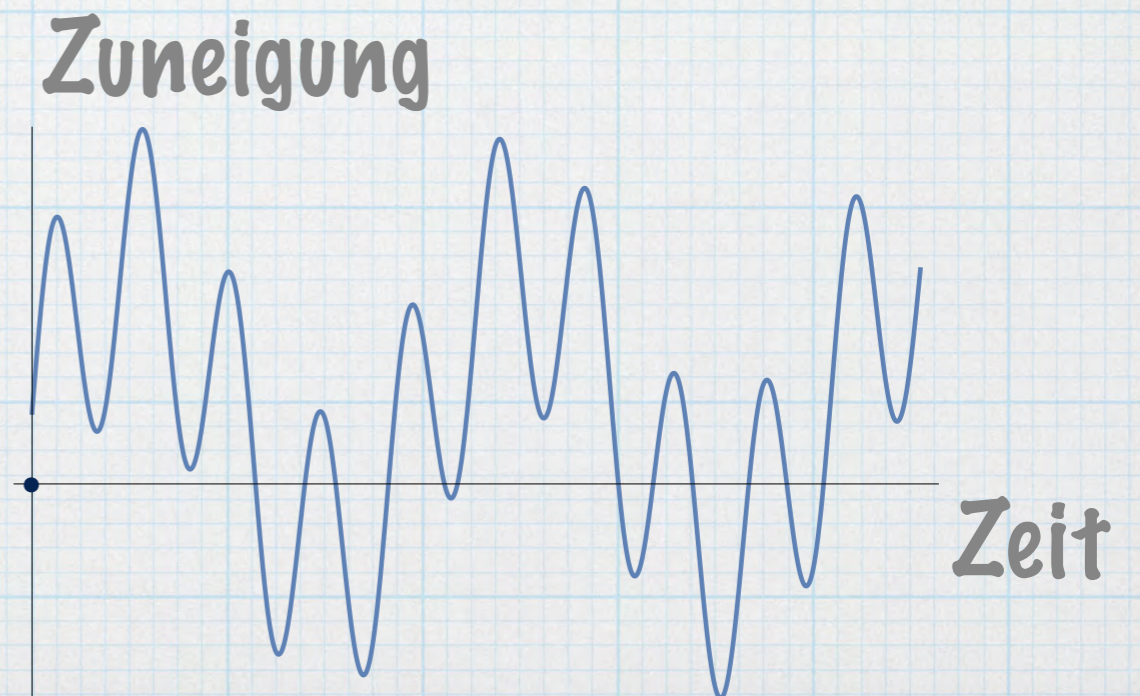
Zuneigung



Zuneigung



Zuneigung kann zeitlich veränderlich sein

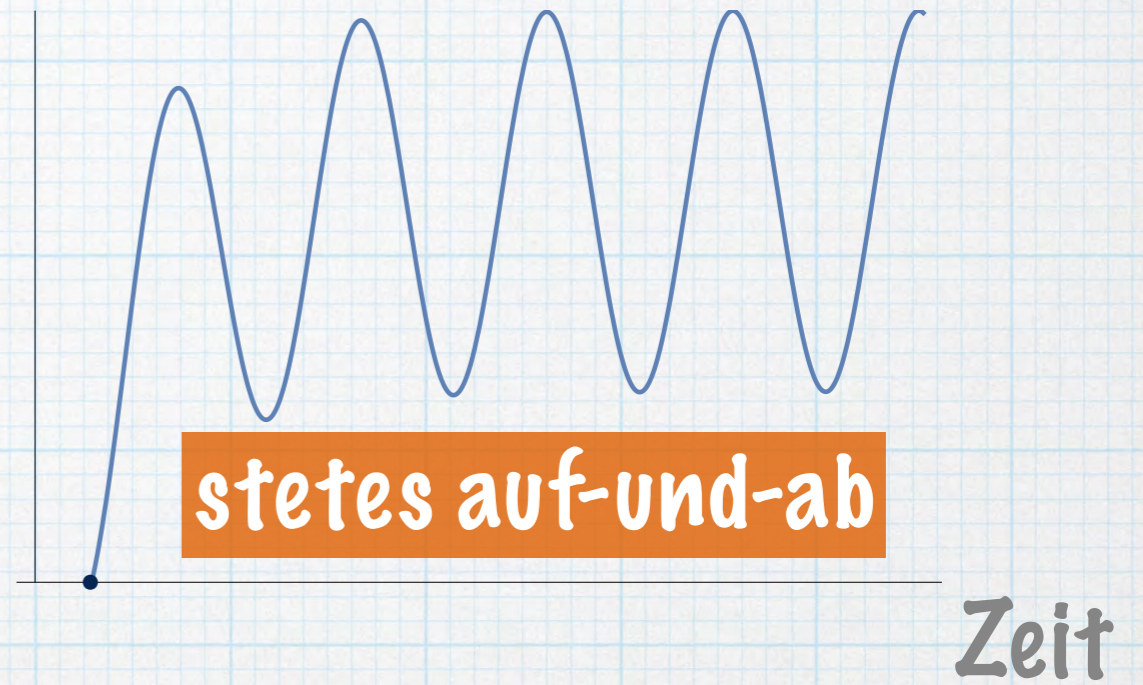


Zuneigung kann zeitlich veränderlich sein

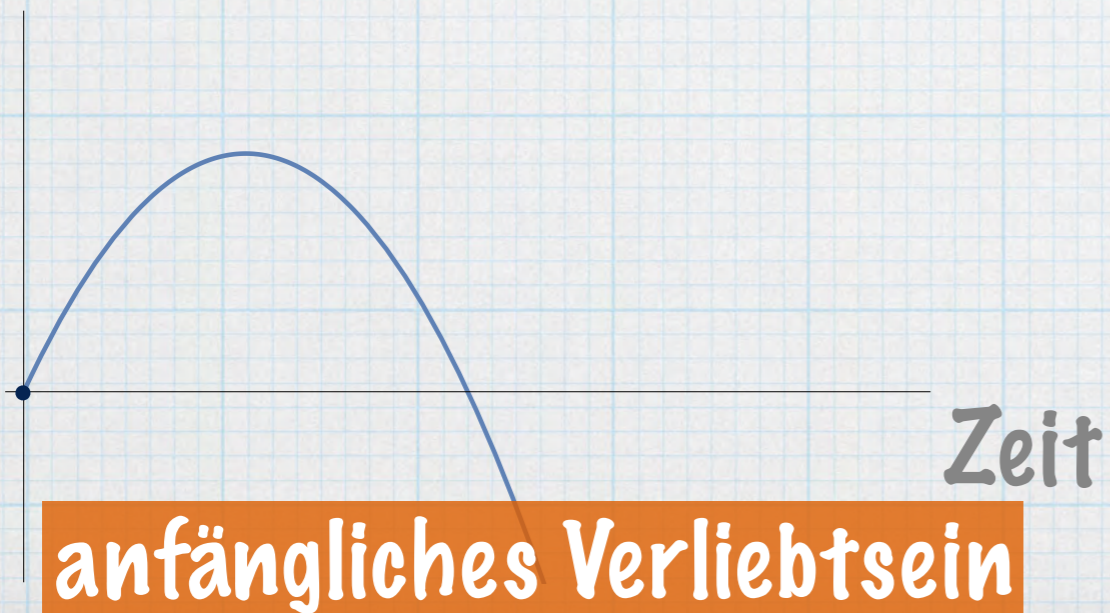
Zuneigung



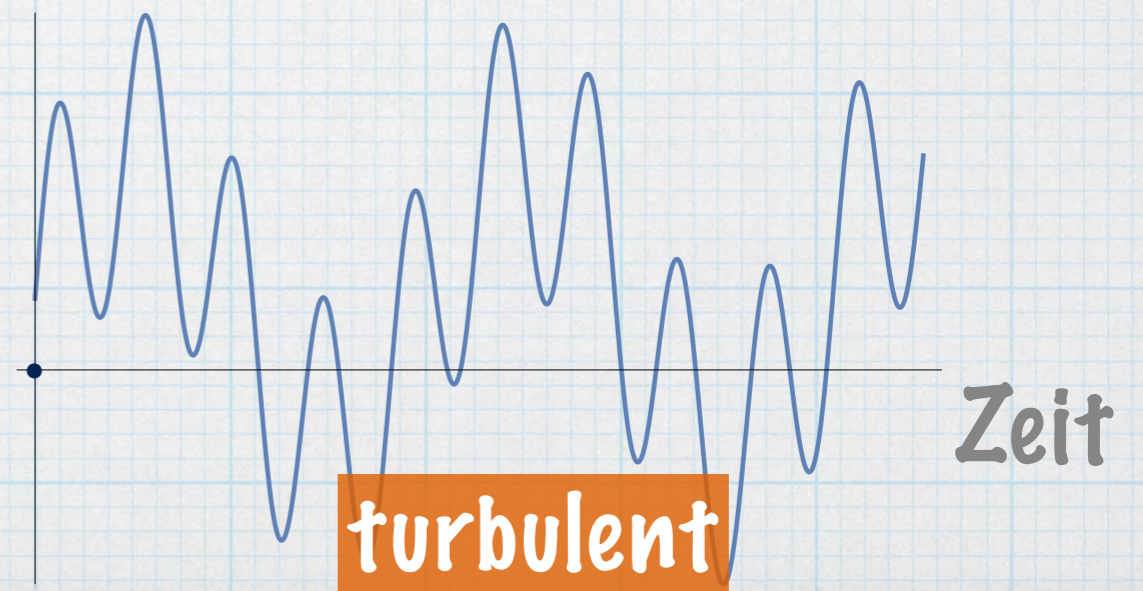
Zuneigung



Zuneigung



Zuneigung



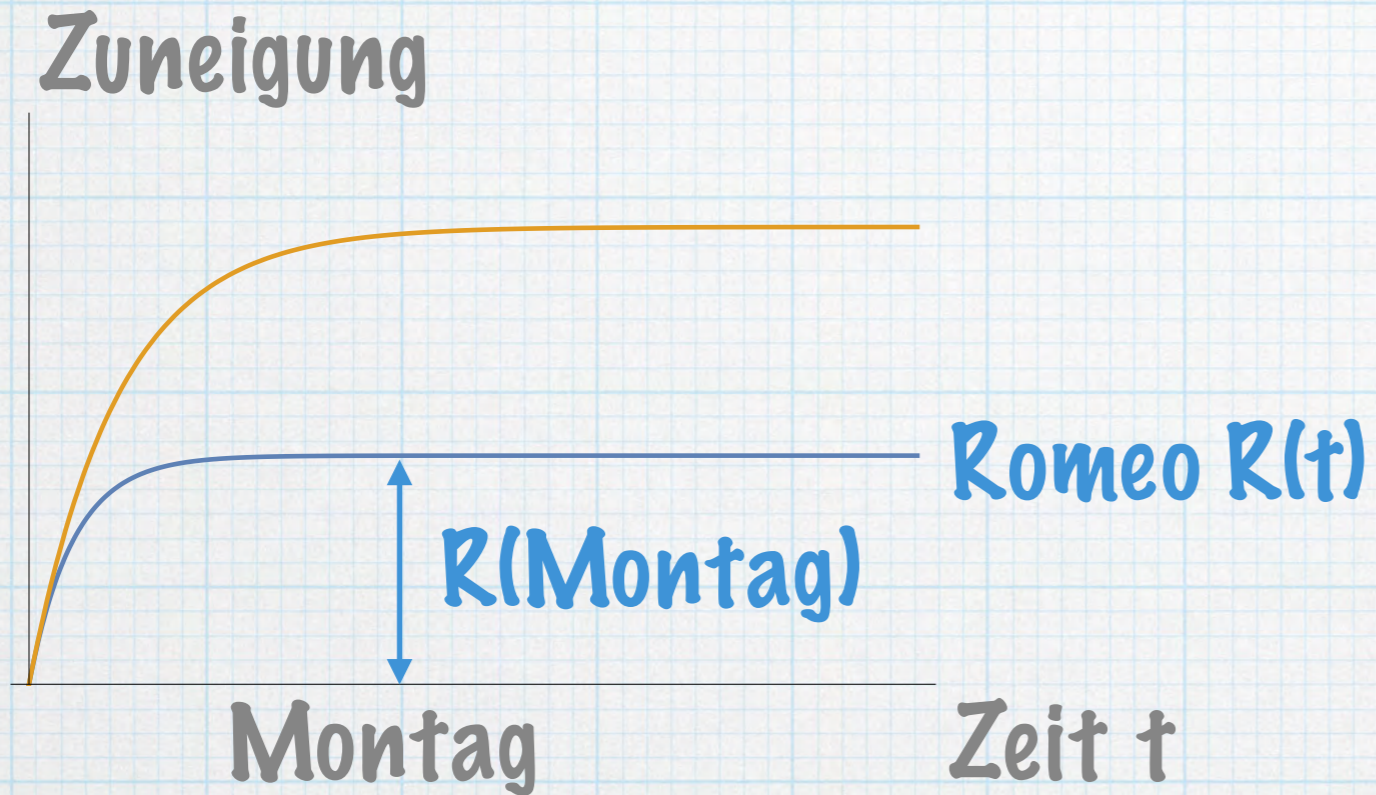
Romeo und Julia

- * Beziehungen aus 2 Personen
 - Romeo $R(t)$
 - Julia $J(t)$

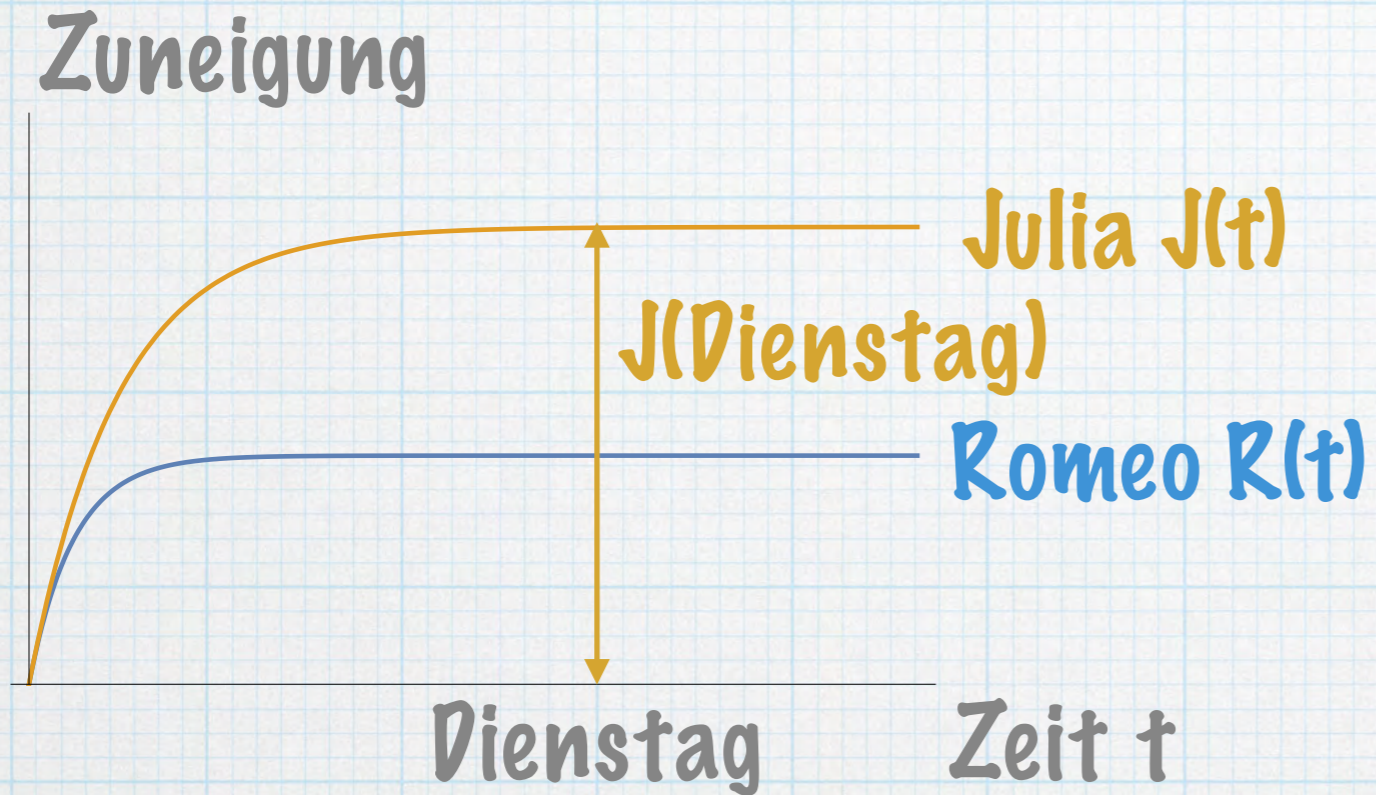


Ford Madox Brown (1870)

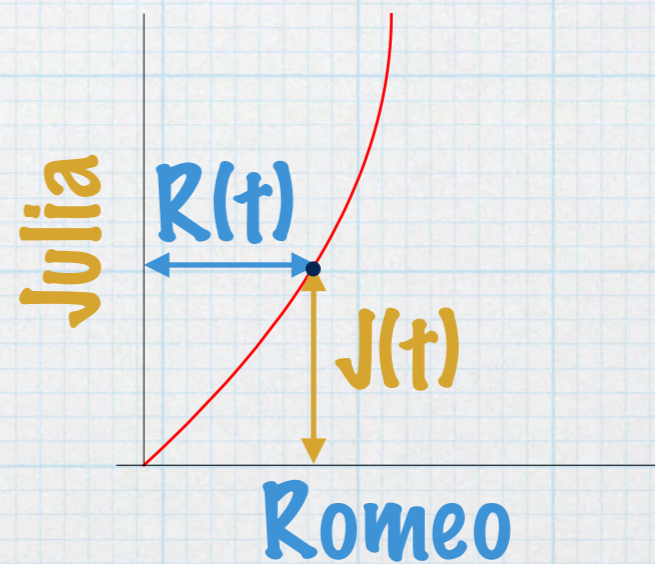
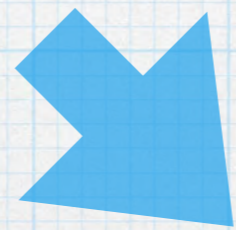
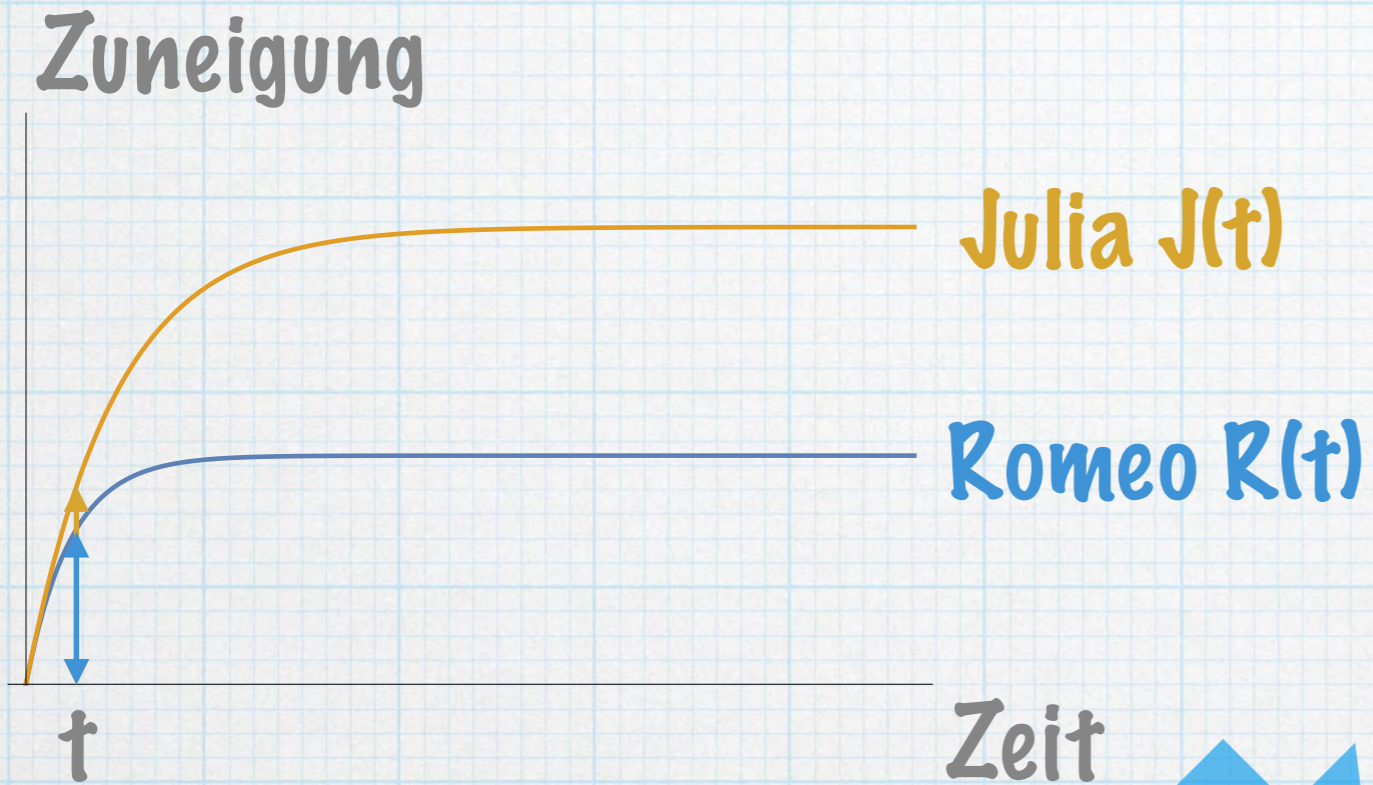
Liebesdiagramme



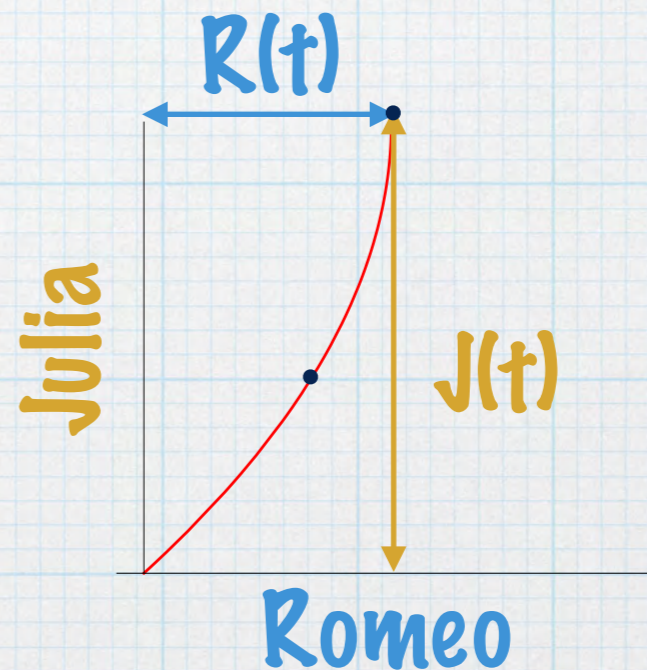
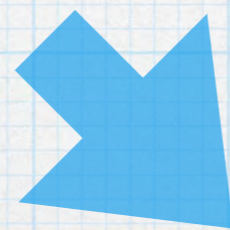
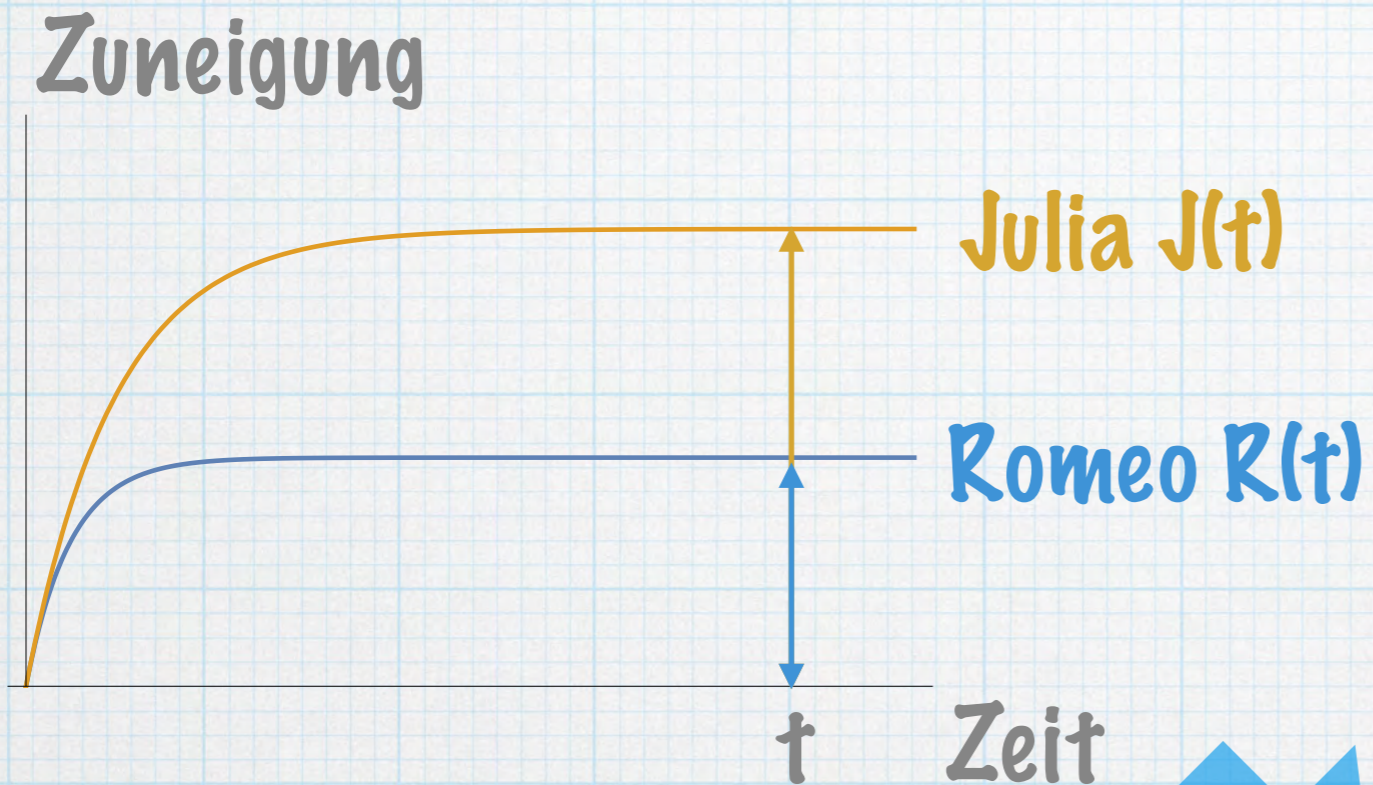
Liebesdiagramme



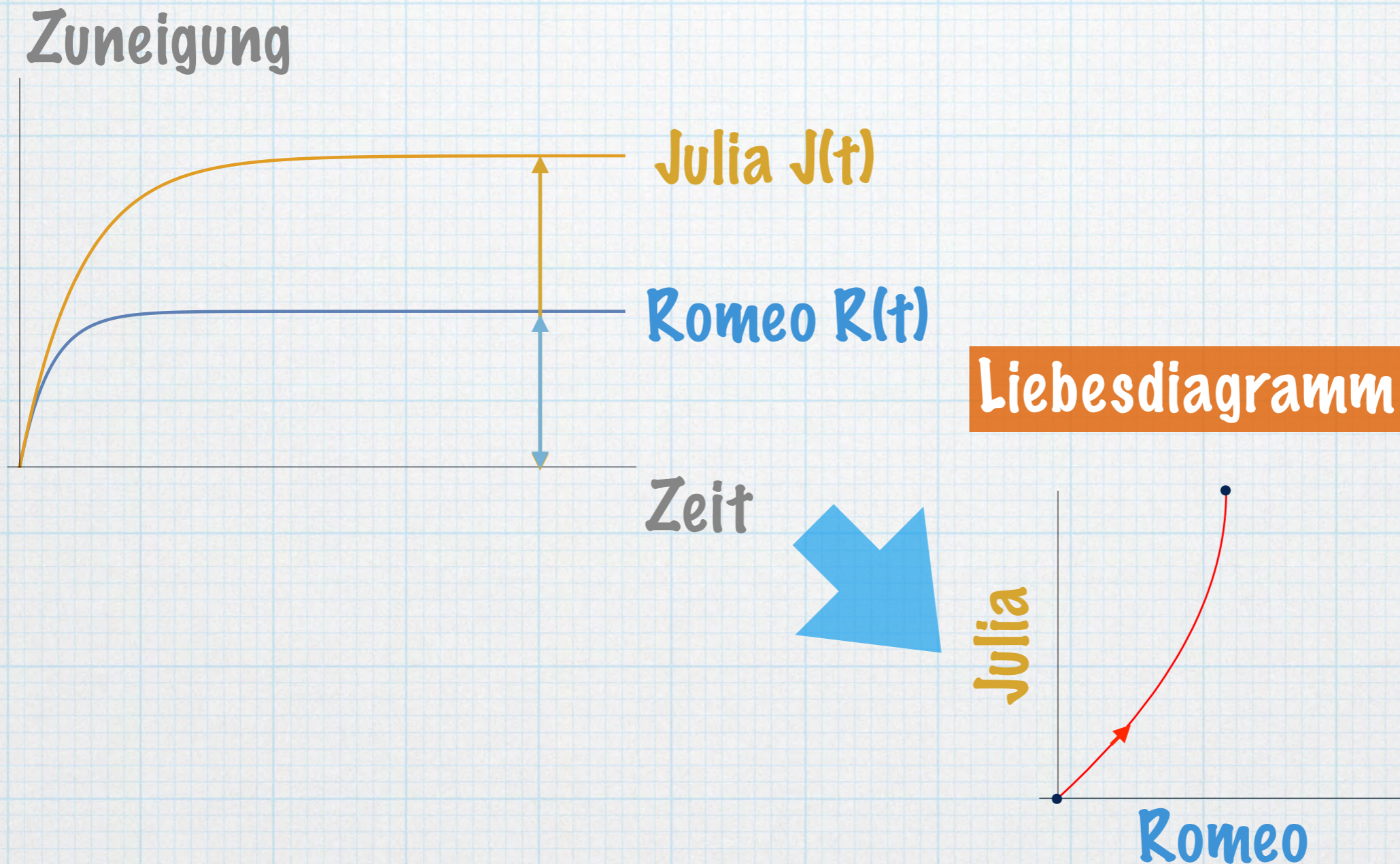
Liebesdiagramme



Liebesdiagramme

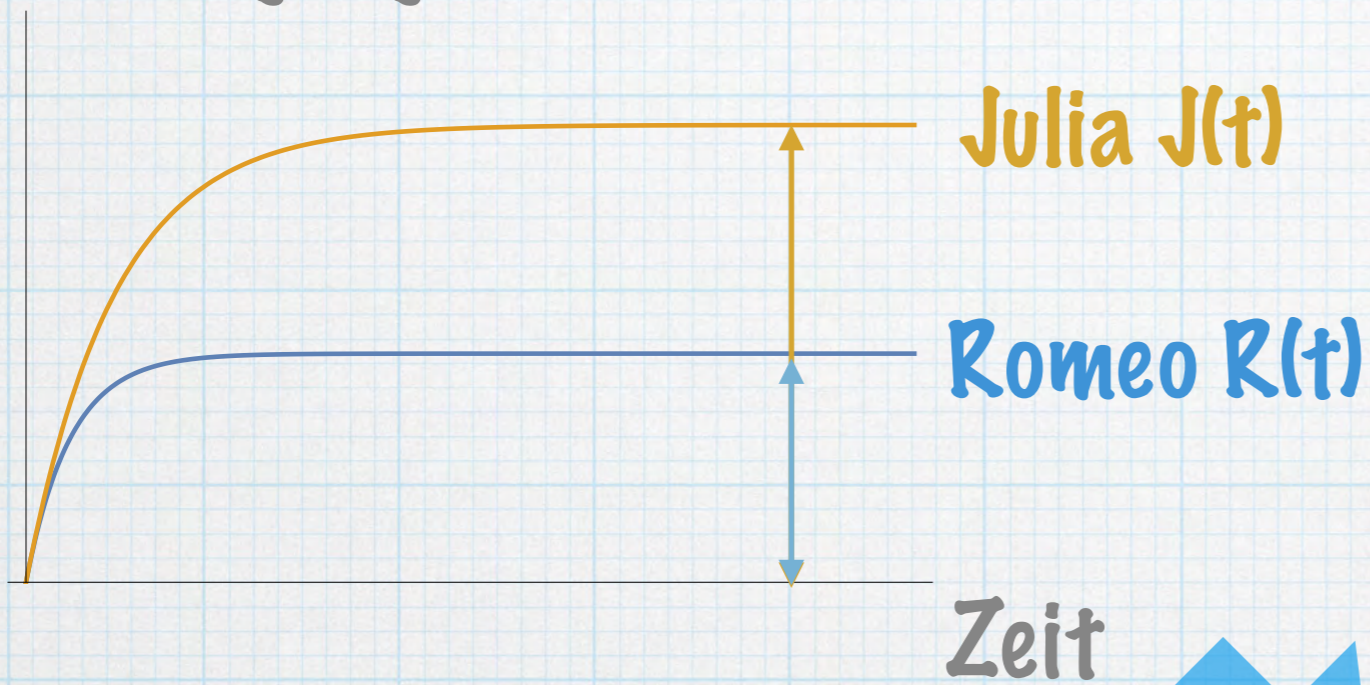


Liebesdiagramme

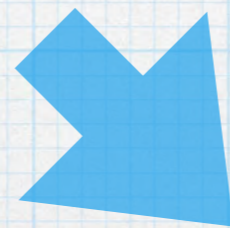


Liebesdiagramme

Zuneigung



Zeit

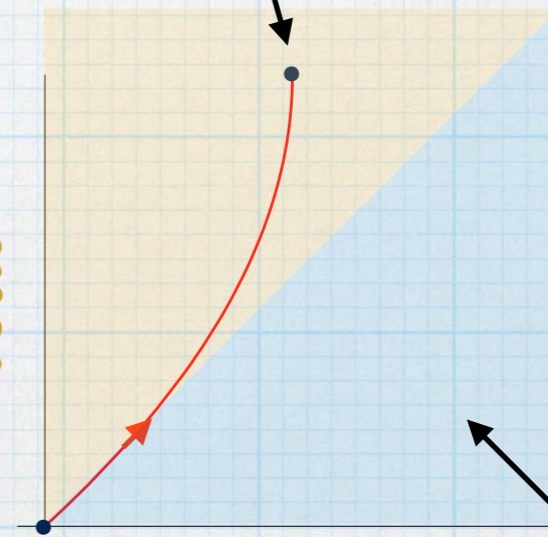


Julia

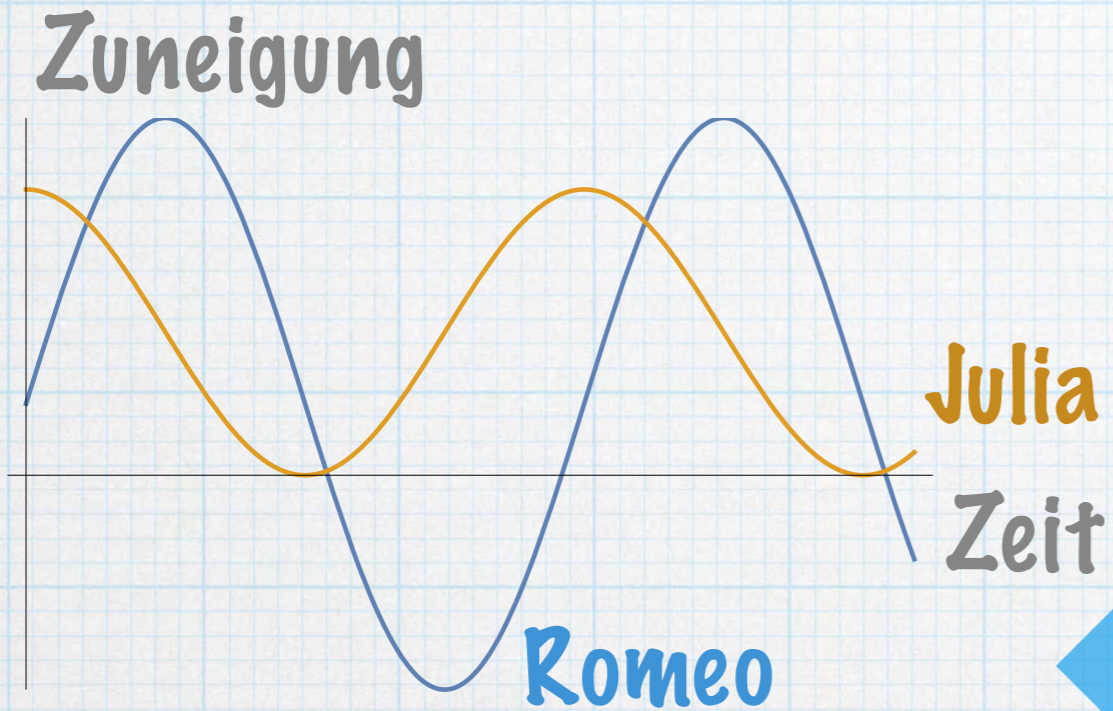
Julias Liebe ist stärker

Romeo

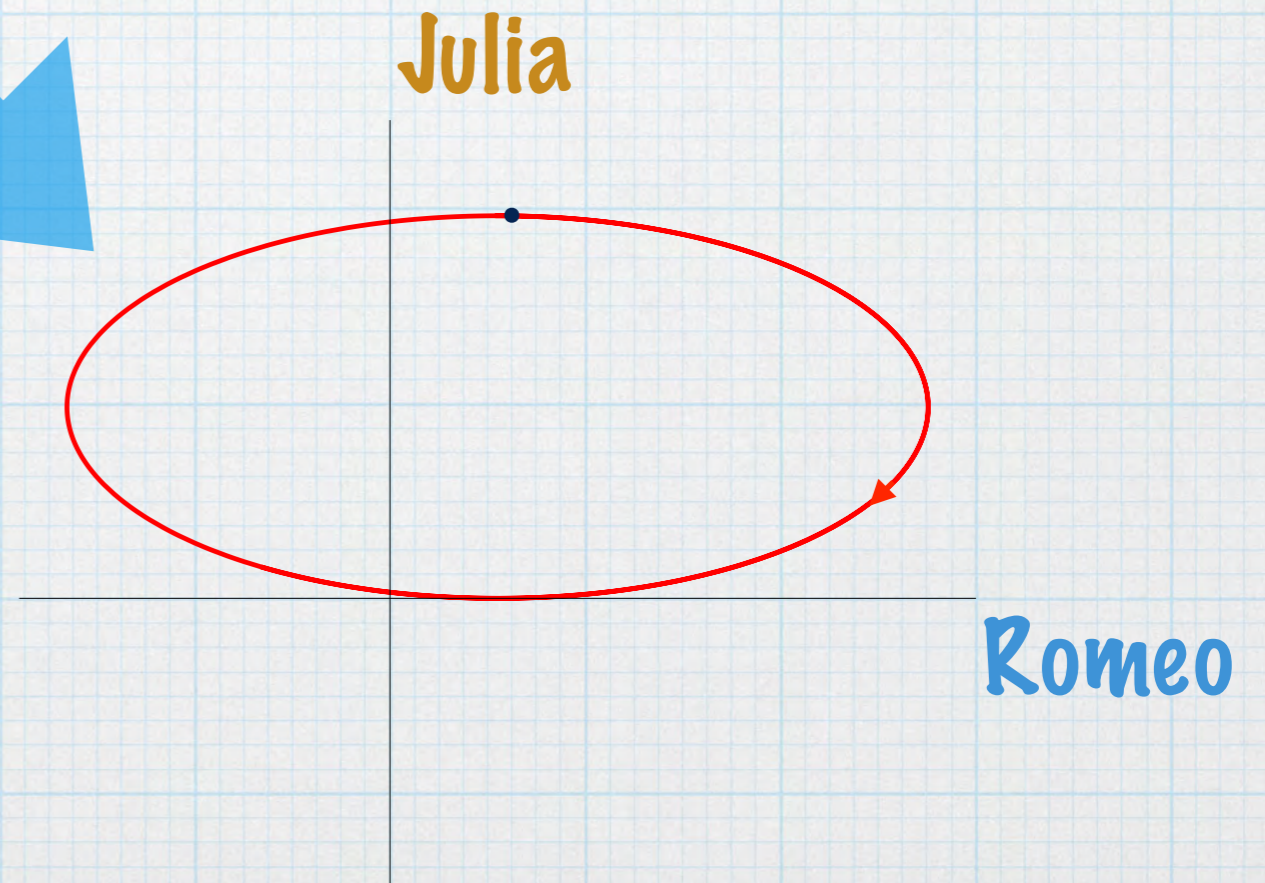
Romeos Liebe ist stärker



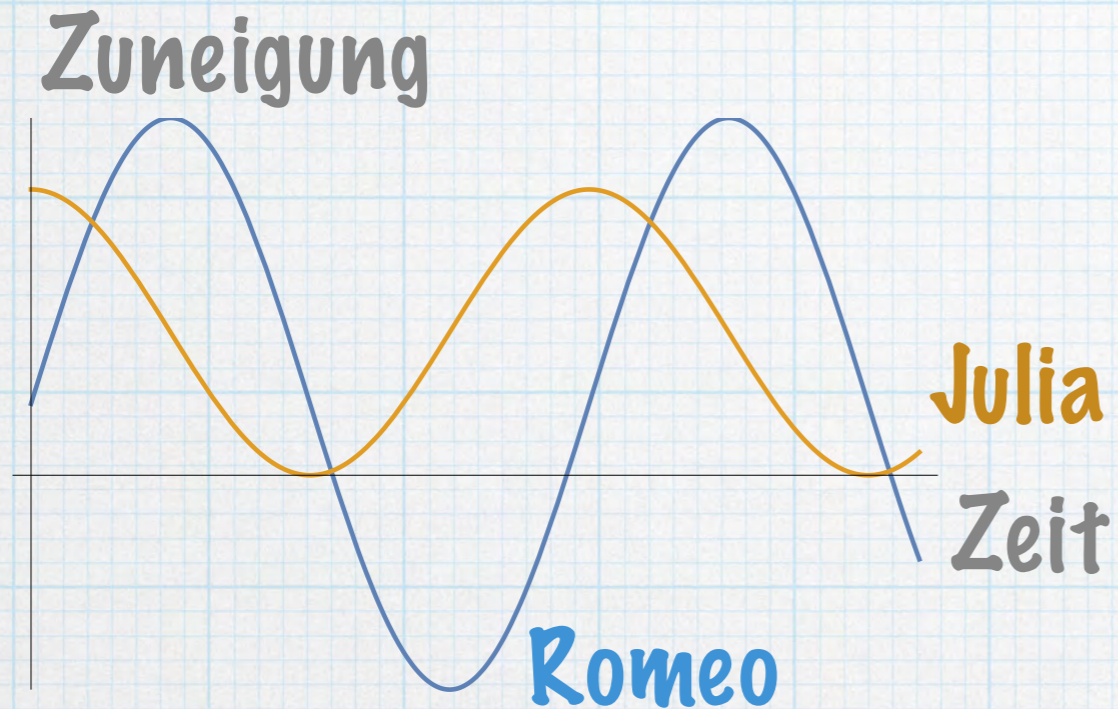
Liebesdiagramme



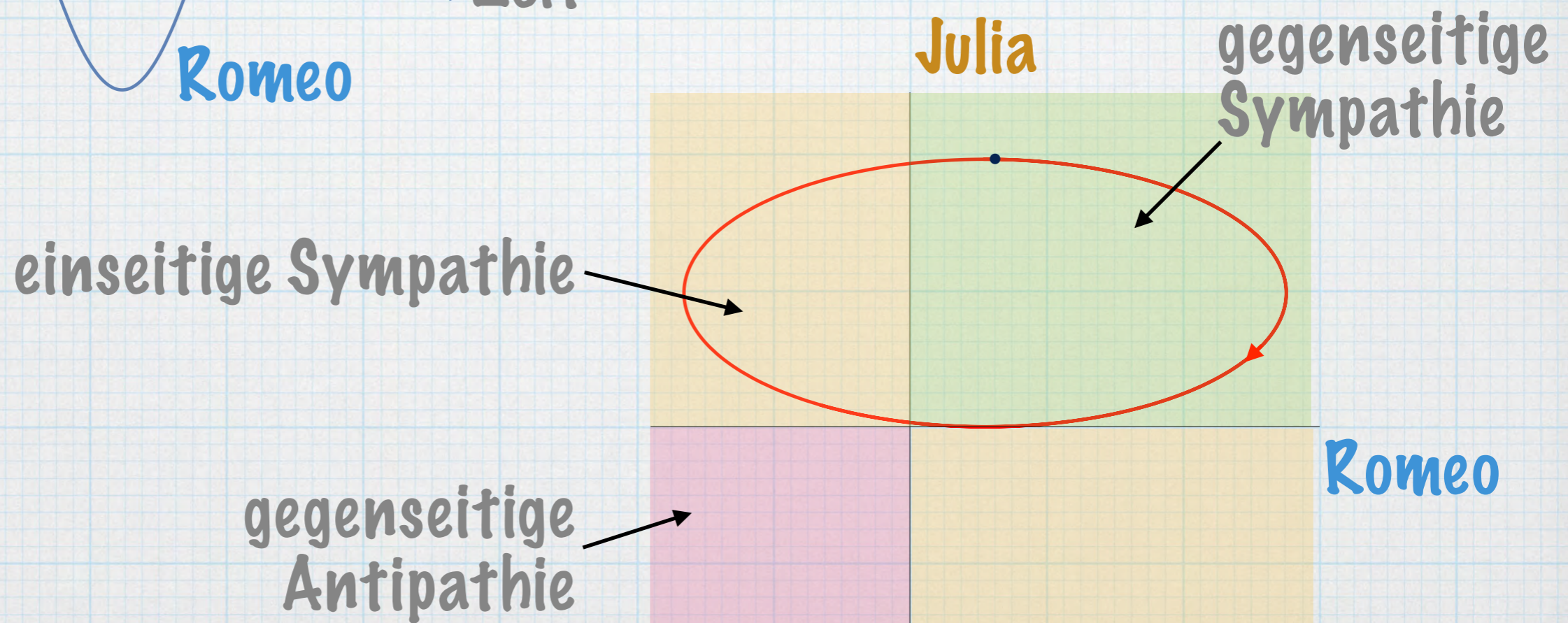
Liebesdiagramm



Liebesdiagramme



Liebesdiagramm



Liebesdiagramme

Wie erhält man Liebesdiagramme?



George Levinger (1927-2017)

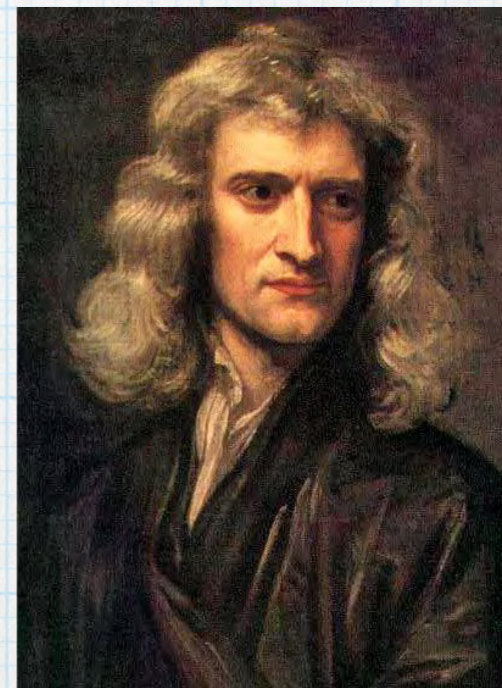
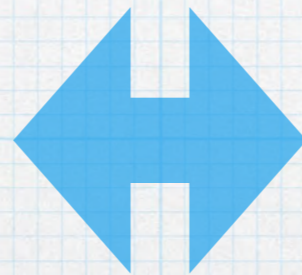
- * G. Levinger: Toward the analysis of close relationships, *Journal of Experimental Social Psychology* 16, 510-544, 1980

Liebesdiagramme

Wie erhält man Liebesdiagramme?



George Levinger (1927-2017)



Issac Newton (1643-1727)

* I. Newton: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687

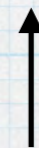
Modelle für Beziehungen

$$J(t + 1) = J(t) - \text{Auszehrung} + \text{Anreicherung}$$



- Reaktion auf Romeo's Liebe
- Anziehung (Attraktivität, sozialer Status, Einkommen)

Änderung



$$J(t + 1) - J(t) = -\text{Auszehrung} + \text{Anreicherung}$$

Modelle für Beziehungen

$$J(t + 1) - J(t) = -\text{Auszehrung} + \text{Anreicherung}$$

- Reaktion auf Romeo's Liebe
- Anziehung (Attraktivität, sozialer Status, Einkommen)

Änderung

$$\dot{J}(t) = -\text{Auszehrung} + \text{Anreicherung}$$

neue Schreibweise

Modelle für Beziehungen

$$\begin{aligned}\dot{R}(t) &= -\text{Auszehrung} + \text{Anreicherung} \\ &= -r_1 R(t) + r_2 J(t) + A_J\end{aligned}$$

Klassifikation von Romeo

- $r_1 = 0$ indifferent gegenüber den eigenen Gefühlen
- $r_2 = 0$ indifferent gegenüber den Partner-Gefühlen

Modelle für Beziehungen

$$\begin{aligned}\dot{R}(t) &= -\text{Auszehrung} + \text{Anreicherung} \\ &= -r_1 R(t) + r_2 J(t) + A_J\end{aligned}$$

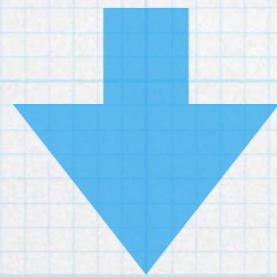
Klassifikation von Romeo

- $0 < r_1, r_2$ vorsichtig, durch Julia ermutigt
- $r_2 < 0 < r_1$ vorsichtig, zieht sich von Julia zurück
- $r_1 < 0 < r_2$ Narzisst, durch Julia ermutigt
- $r_1, r_2 < 0$ Narzisst, zieht sich von Julia zurück

Entsprechend für Julia

$$\dot{J}(t) = -j_1 J(t) + j_2 R(t) + A_R$$

Typen der Liebenden



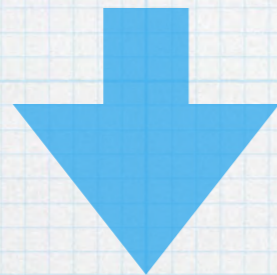
Newton

Liebesdiagramm

Liebesdiagramme

Das erste Modell

Typen der Liebenden



Newton

Liebesdiagramm



Steven Strogatz (1959-)

- * S.H. Strogatz: Love Affairs and Differential Equations, Mathematics Magazine 61(1), 35-35, February 1988

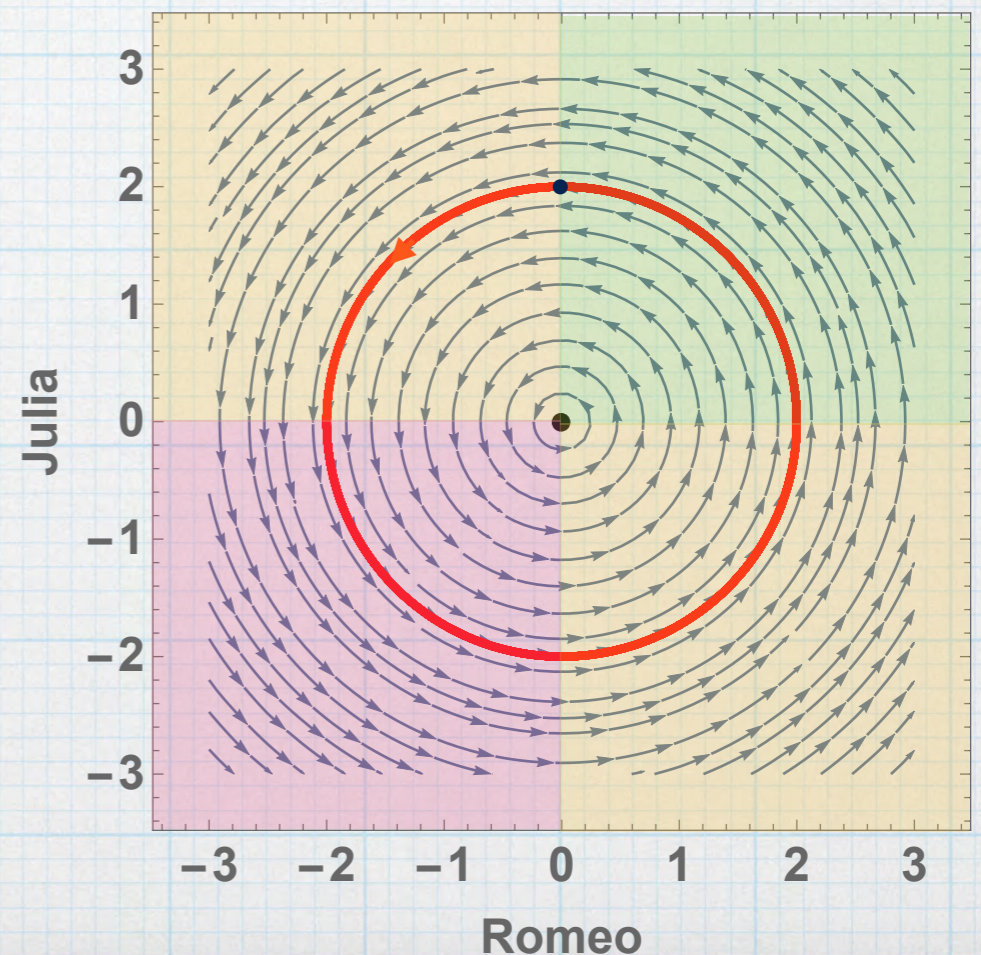
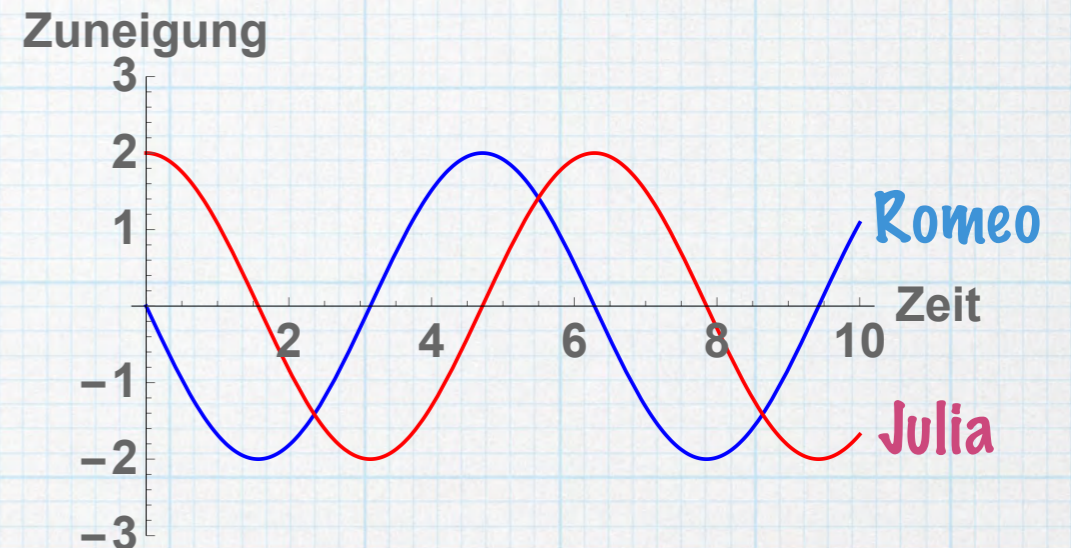
Liebesdiagramme

$$\dot{R}(t) = -J(t)$$

$$\dot{J}(t) = R(t)$$

Julia liebt Romeo

- * sie liebt (hasst) ihn, desto mehr er sie liebt (hasst)
- * je mehr sie ihn liebt, desto abgestoßener ist sie



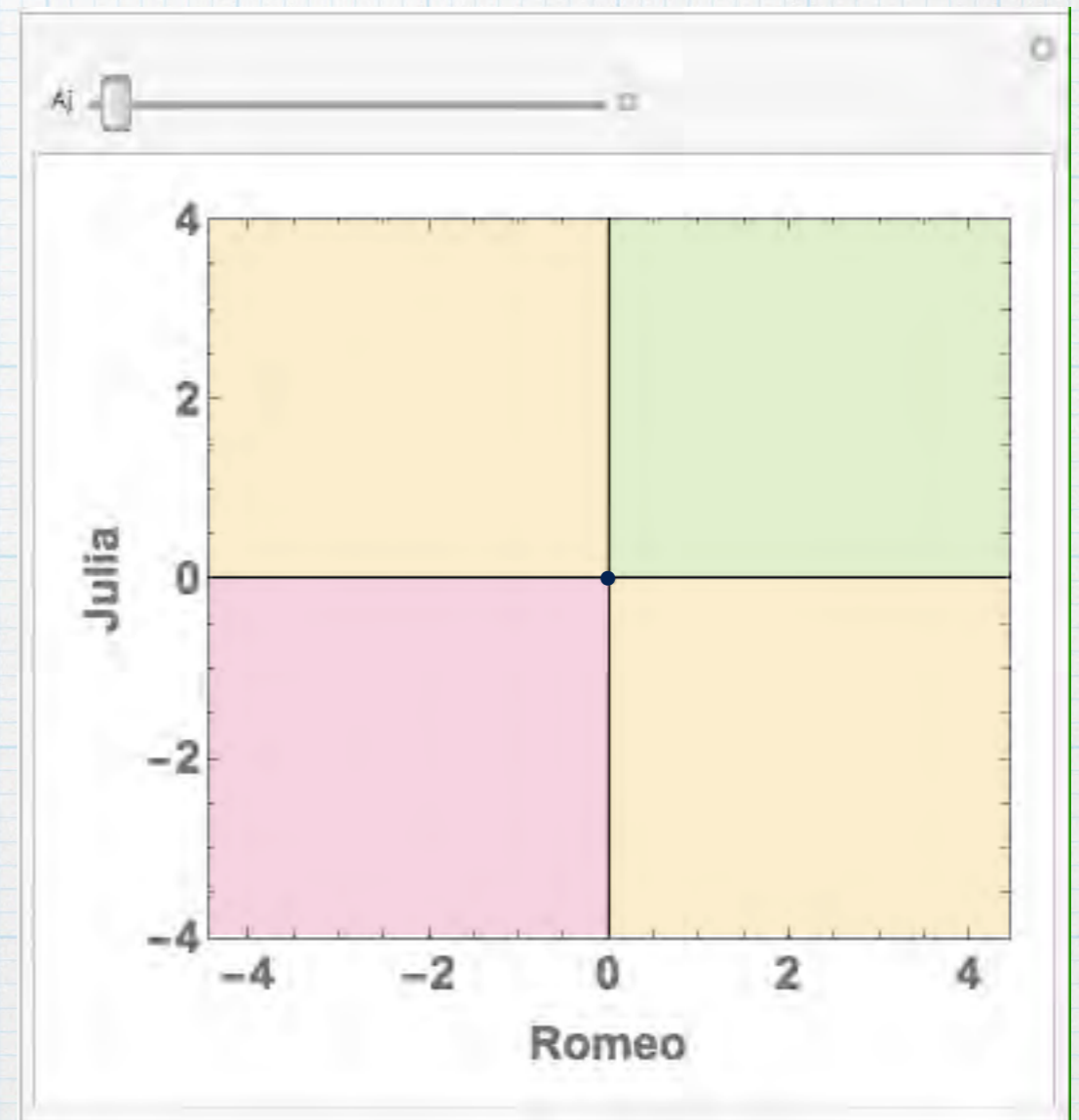
Liebesdiagramme

Julia wird attraktiver

$$\dot{R}(t) = -J(t) + A_J$$

$$\dot{J}(t) = R(t)$$

- * Julia findet Romeo stets sympathisch
- * Romeos Zuneigung variiert



Liebesdiagramme

Strogatz's Modell ist problematisch:

(1) triviales Verhalten wenn beide Partner anfangs indifferent sind

(2) nicht robust unter Störungen

Liebesdiagramme

Ein besseres Modell



Sergio Rinaldi

* S. Rinaldi, et al: Modeling Love Dynamics, World Scientific, 2016

Liebesdiagramme

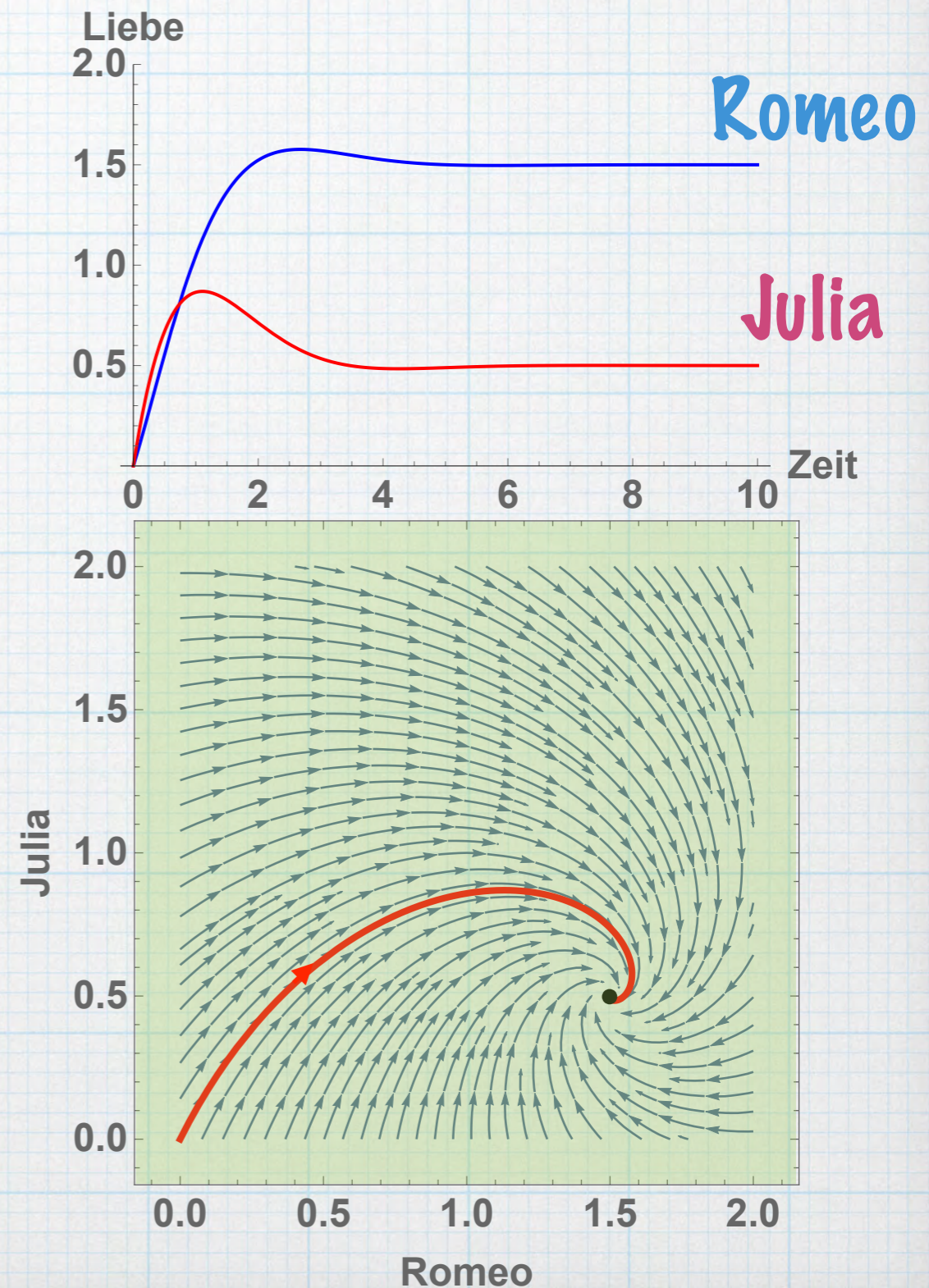
$$\dot{R}(t) = -R(t) + J(t) + 1$$

$$\dot{J}(t) = -J(t) + j_2 R(t) + 2$$

- * Romeo und Julia finden einander attraktiv
- * Romeo und Julia sind beide vorsichtige Liebende

$$j_2 < 1$$

rationale Reaktion
auf Romeos Liebe



Liebesdiagramme

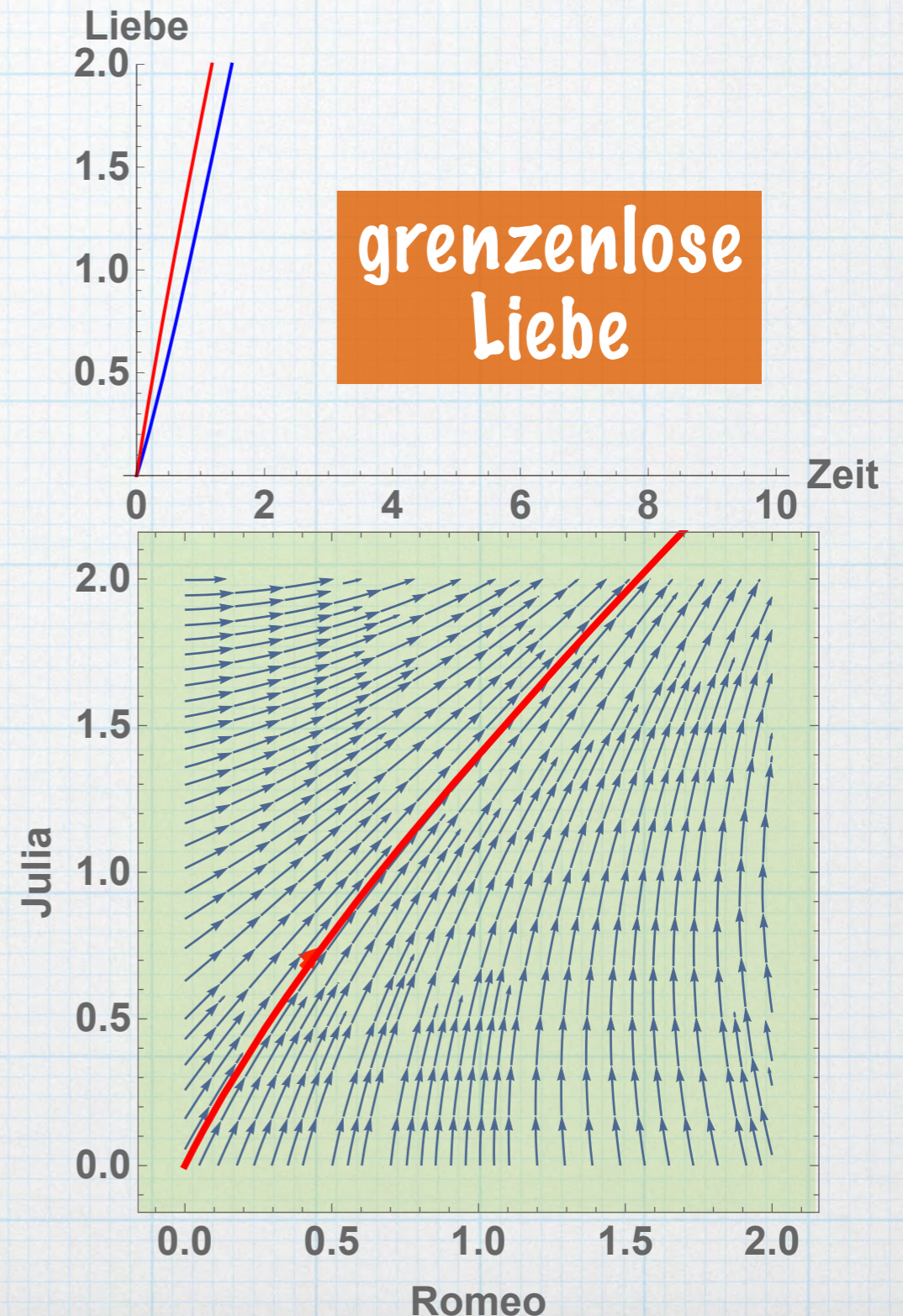
$$\dot{R}(t) = -R(t) + J(t) + 1$$

$$\dot{J}(t) = -J(t) + j_2 R(t) + 2$$

- * Romeo und Julia finden einander attraktiv
- * Romeo und Julia sind beide vorsichtige Liebende

$$j_2 \geq 1$$

starke Reaktion
auf Romeos Liebe



Gone with the Wind

Protagonisten:

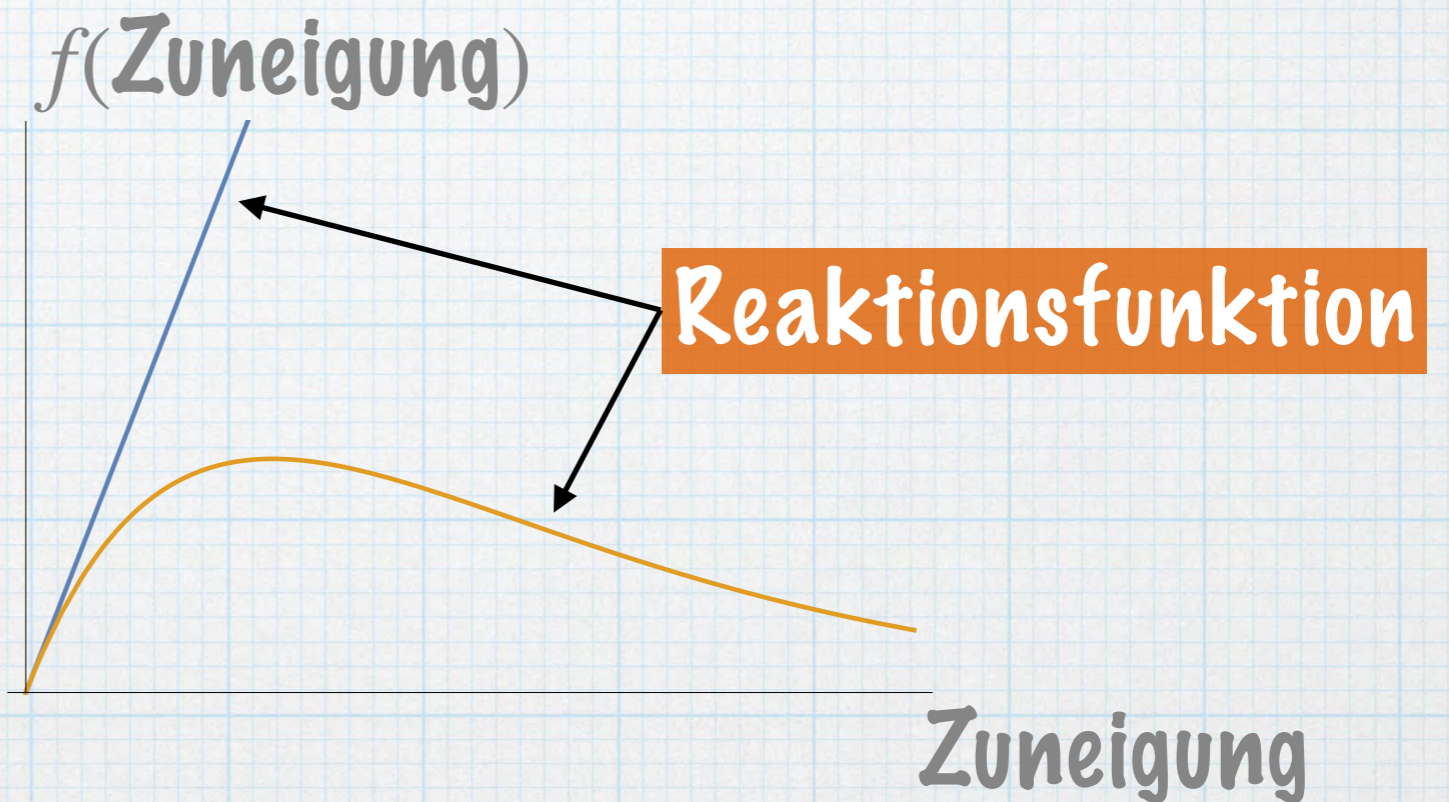
- * Rhett Butler R(t)
- * Scarlett O'Hara S(t)



Victor Fleming (1939)

Gone with the Wind

$$\dot{S}(t) = -s_1 S(t) + f(R(t)) + A_R$$



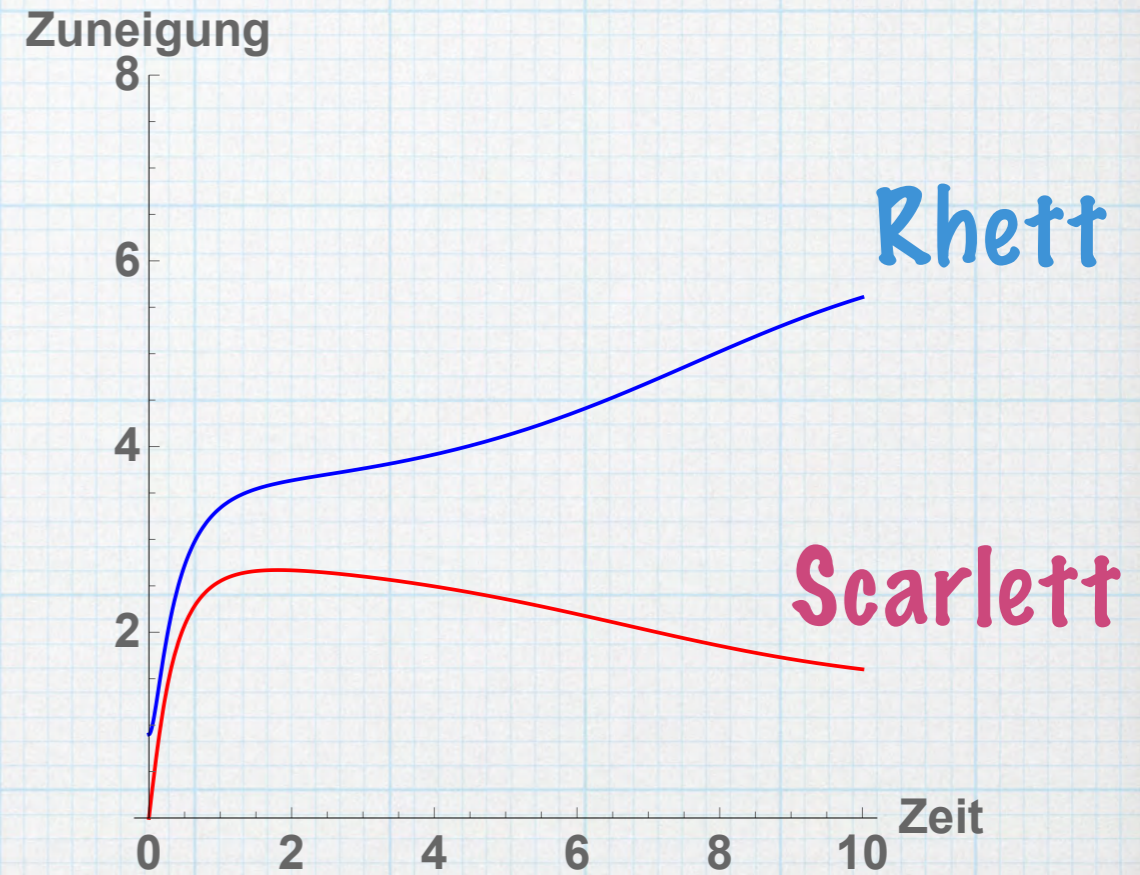
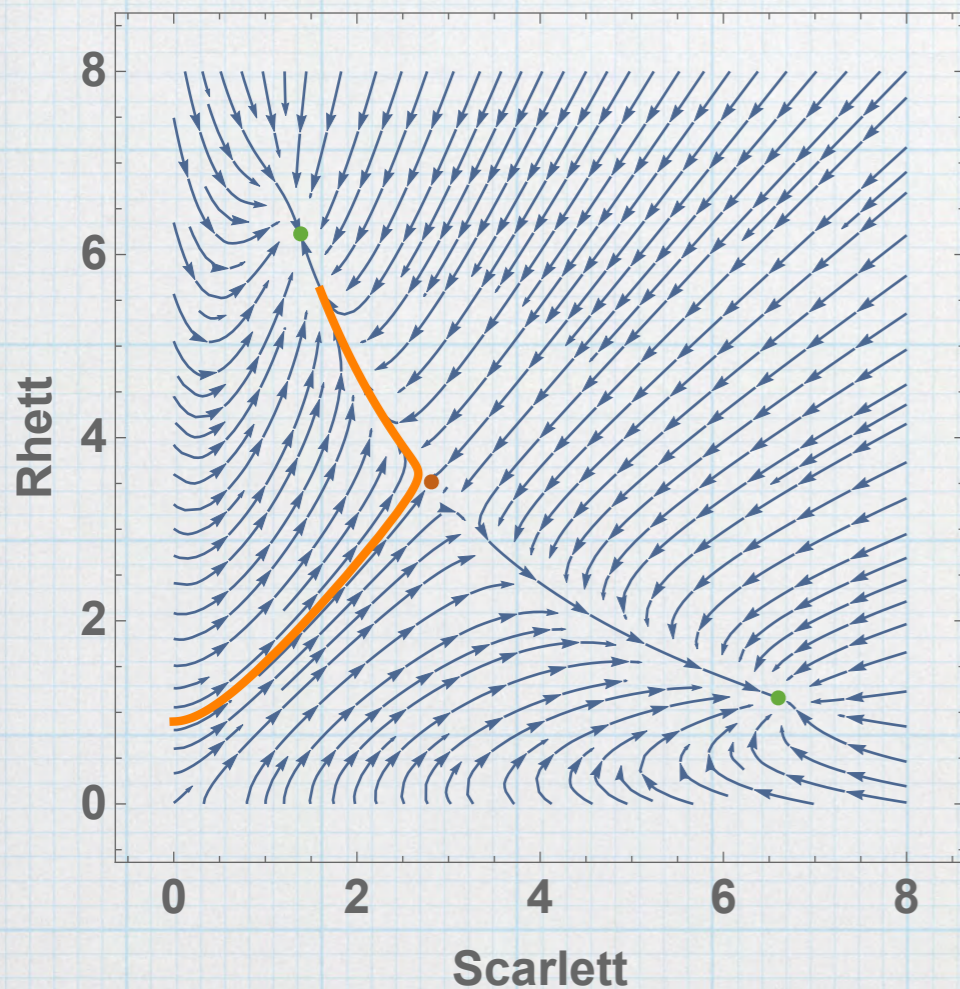
$$\dot{R}(t) = -r_1 R(t) + f(S(t)) + A_S$$

Gone with the Wind

- * Part I: Rhett ist wohlhabend, etwas verrufen; Scarlett ist wohlhabend
- * Part II: Rhett ist in Gefangenschaft; Scarlett anderweitig beschäftigt
- * Part III: Wiedersehen, Scarlett hat finanzielle Probleme

Part I

$$\dot{S}(t) = -S(t) + f(R(t)) + 1.0$$
$$\dot{R}(t) = -R(t) + f(S(t)) + 1.2$$



- * Rhett's Zuneigung wächst stetig, wird Liebe
- * Scarlett's Liebe steigt, fällt aber nach einem Maximum wieder

Part I



Part I

“I love you more than I ever loved anyone.”

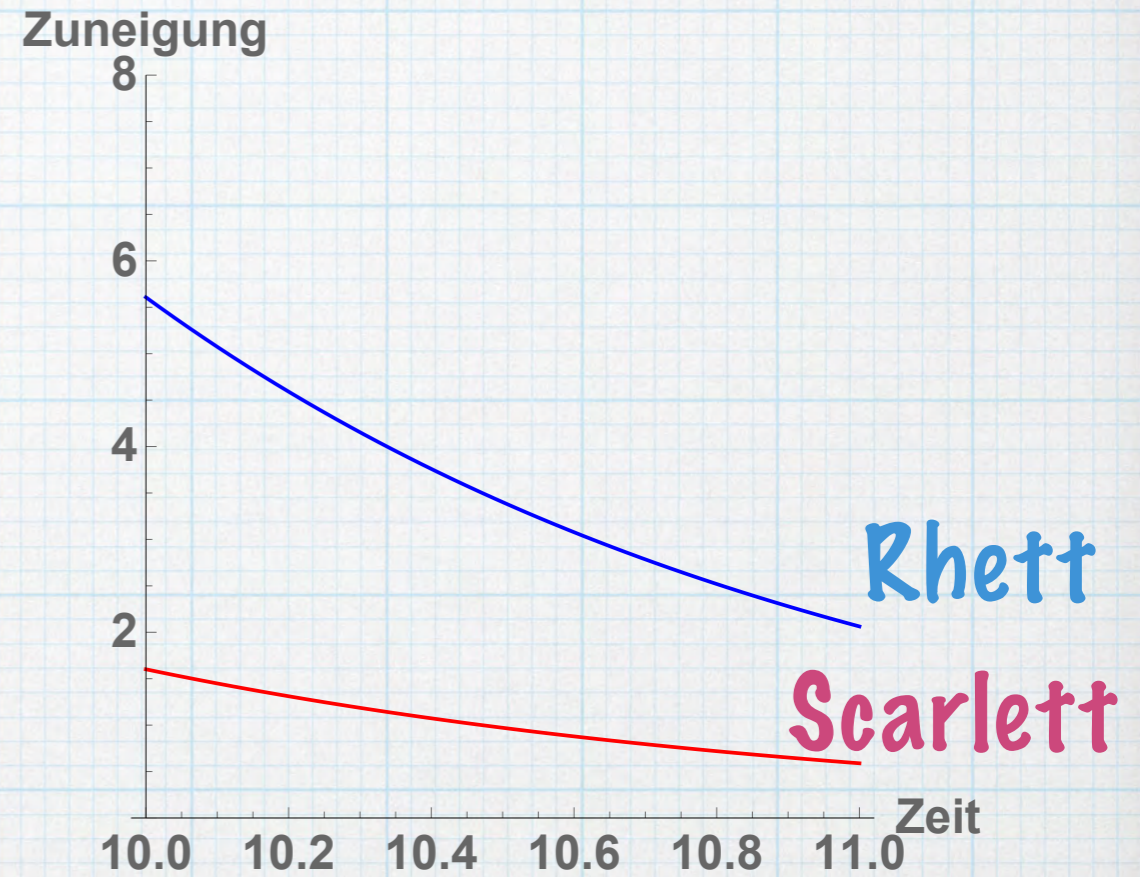
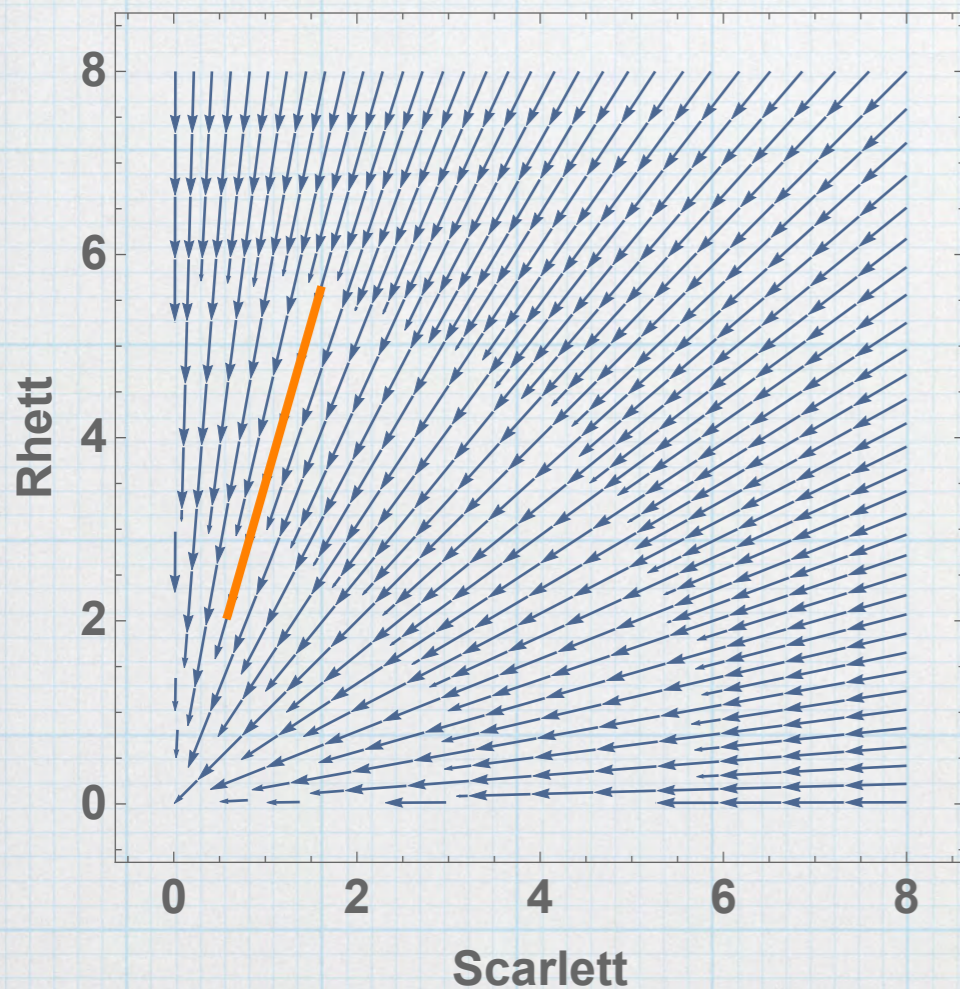
...

“You aren’t a gentleman.”

-Rhett Buttler vs. Scarlett O’Hara, 1864

Part II

$$\dot{S}(t) = -S(t)$$
$$\dot{R}(t) = -R(t)$$



* Beider Zuneigung schwindet

Part III



Part III

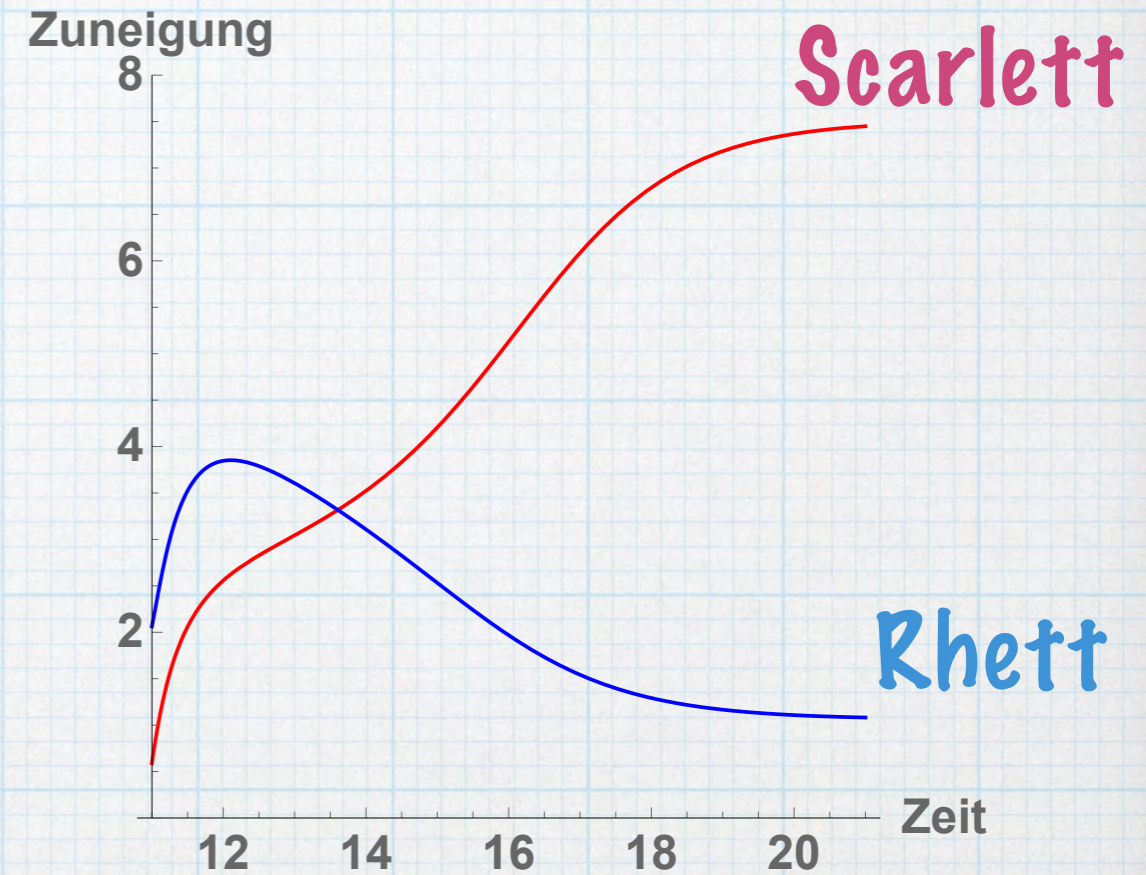
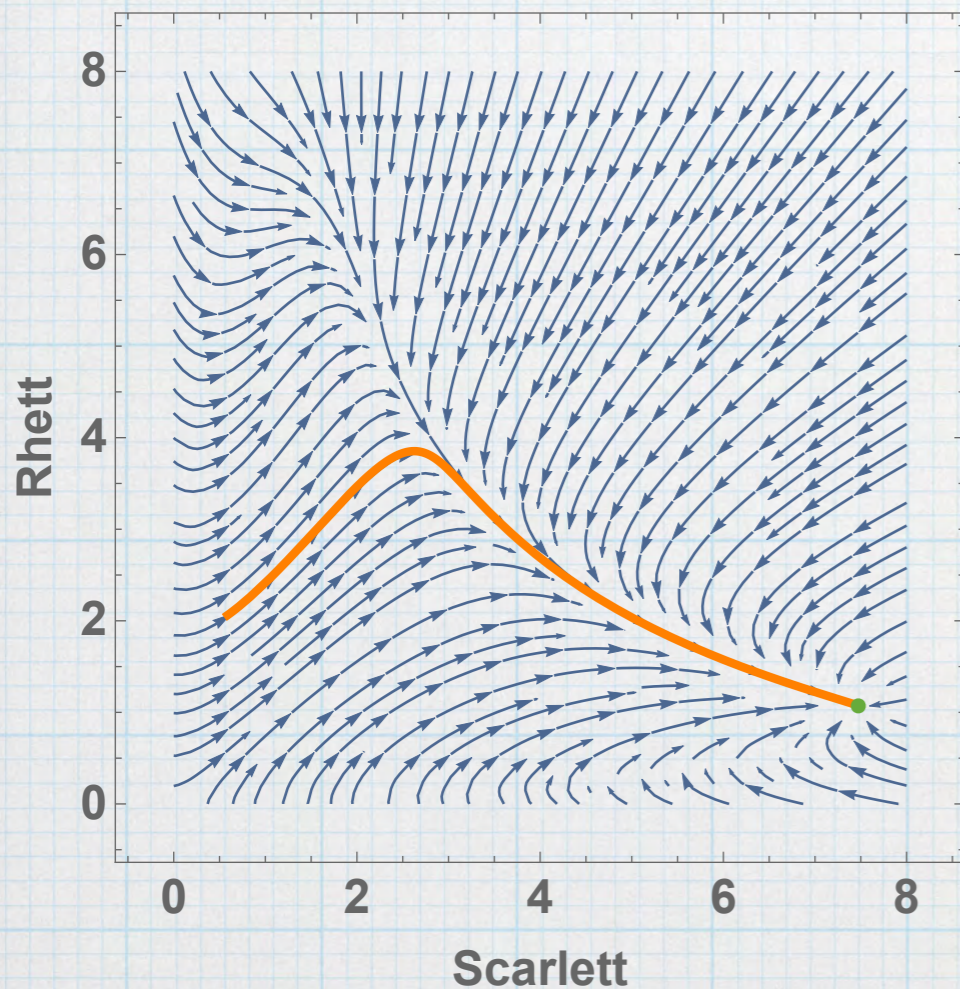
“I only know that I love you.”

“Frankly, my dear, I don’t give a damn.”

-Scarlett O’Hara vs. Rhett Butler, 1869

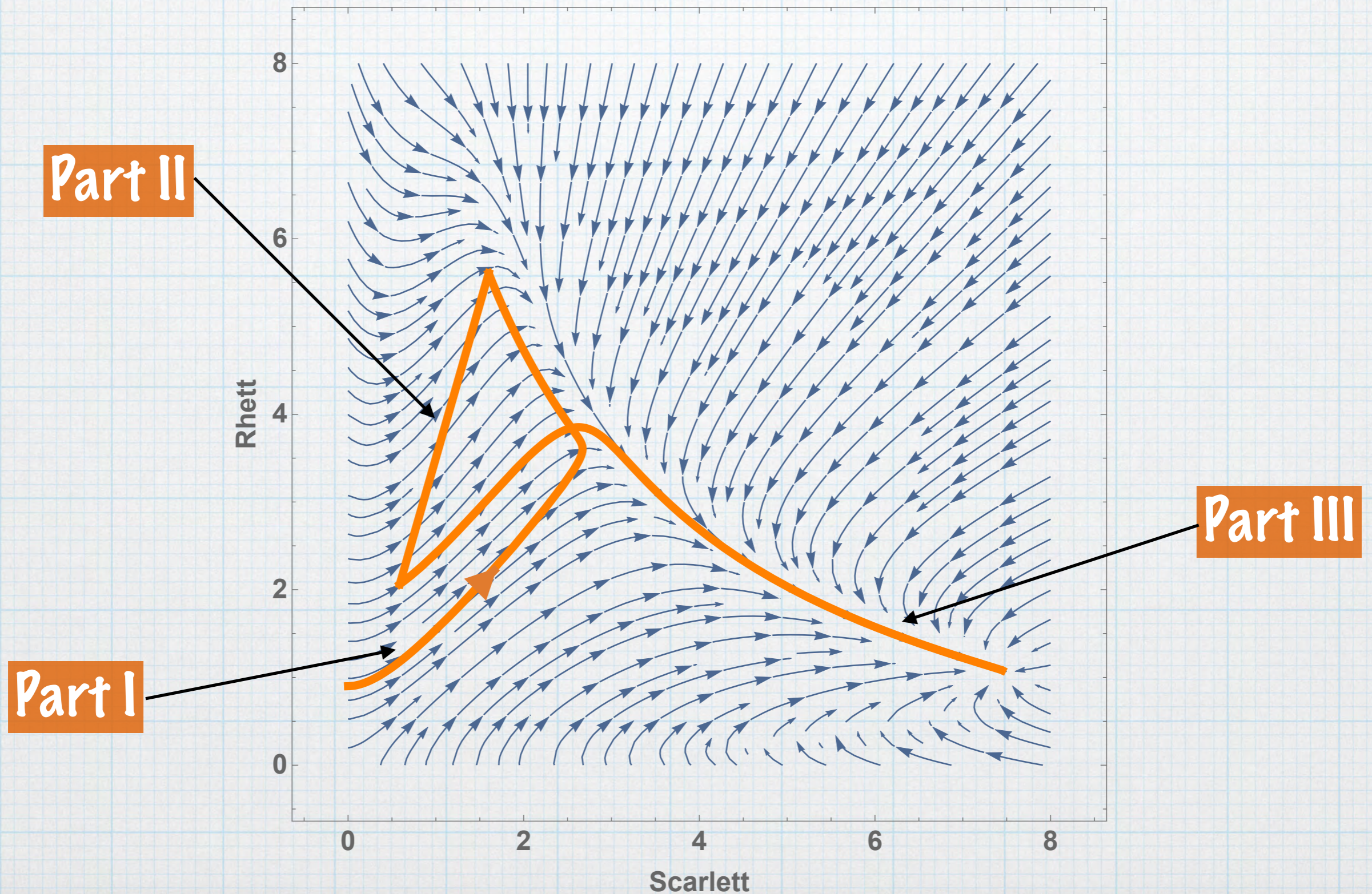
Part III

$$\dot{S}(t) = -S(t) + f(R(t)) + 2.0$$
$$\dot{R}(t) = -R(t) + f(S(t)) + 1.2$$

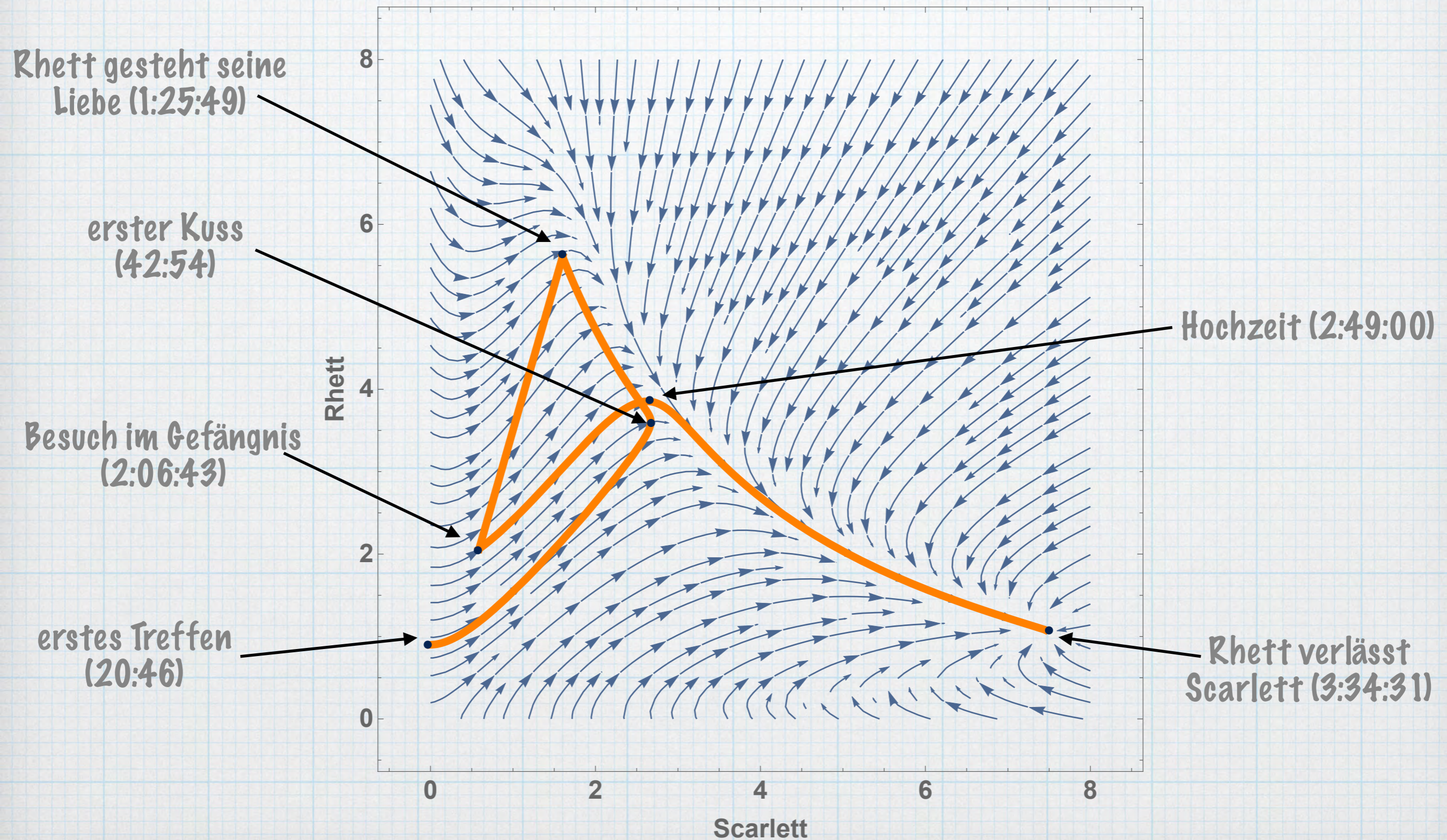


- * Rhett's Liebe steigt anfangs, fällt dann und wird Sympathie
- * Scarlett's Liebe steigt stetig

Gone with the Wind



Gone with the Wind



Fazit

- * Relativ komplexe Romanzen können reproduziert werden
- * Modelle mit zwei Komponenten sind sehr restringierend

Jules et Jim

Protagonisten

* Jules

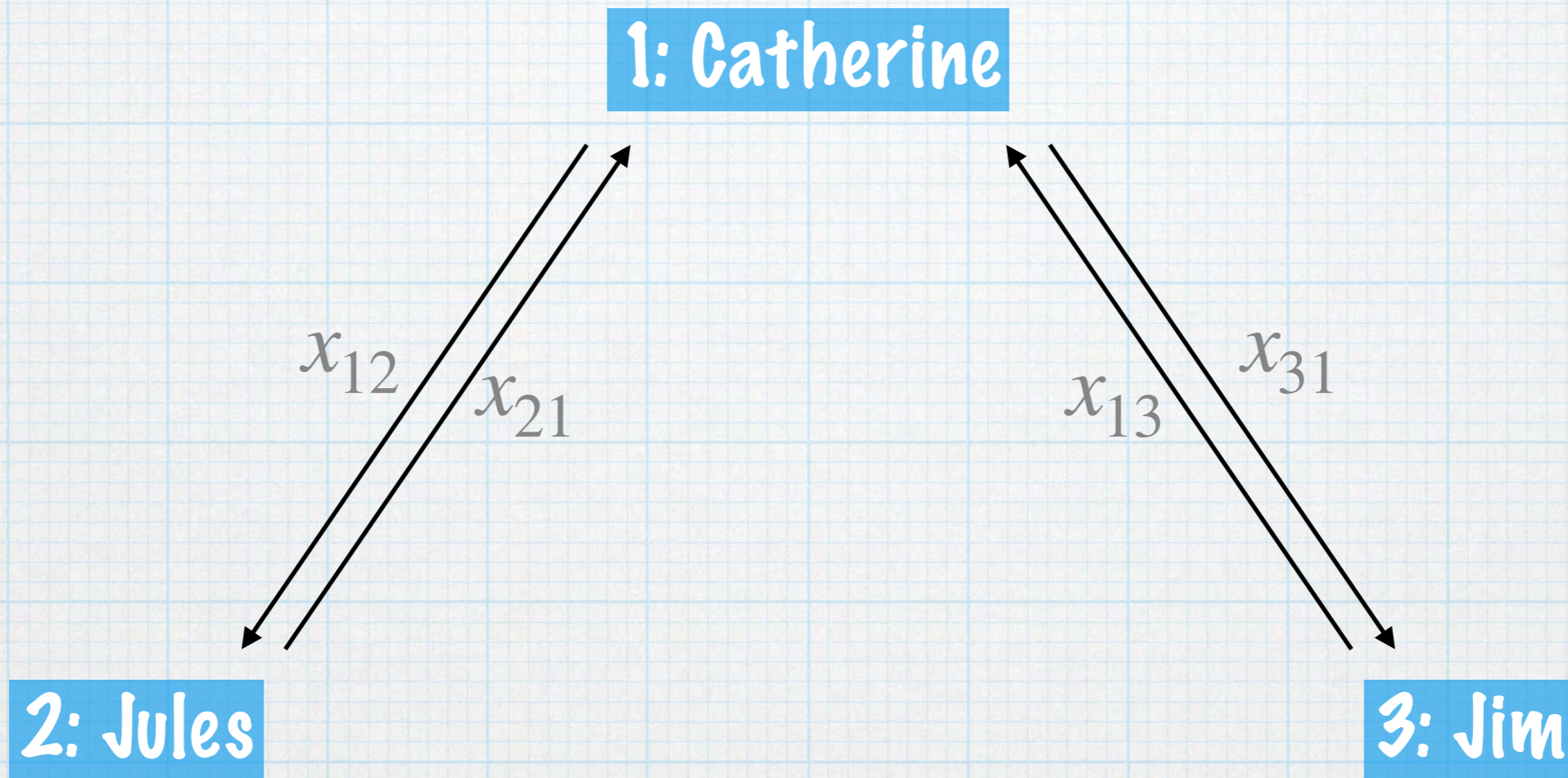
* Jim

* Catherine



François Truffaut (1962)

Jules et Jim



x_{12} : Zuneigung Catherine zu Jules, etc.

Jules et Jim

Modell mit vier Komponenten (Rinaldi et al.)

$$\dot{x}_{12} = -f(x_{13} - x_{12})x_{12} + r(x_{21}) + A_2$$

$$\dot{x}_{13} = -f(x_{12} - x_{13})x_{13} + r(x_{31}) + A_3$$

$$\dot{x}_{21} = -x_{21} + f(x_{13} - x_{12})x_{12} + r(x_{31}) + A_1$$

$$\dot{x}_{31} = -x_{31} + f(x_{13} - x_{12})x_{31} + r(x_{31}) + A_1$$

Jules et Jim

Modell mit vier Komponenten

$$\dot{x}_{12} = -f(x_{13} - x_{12})x_{12} + r(x_{21}) + A_2$$

Reproduziert mehrere Partnerwechsel

$$\dot{x}_{13} = -f(x_{12} - x_{13})x_{13} + r(x_{31}) + A_3$$

$$\dot{x}_{21} = -x_{21} + f(x_{13} - x_{12})x_{12} + r(x_{31}) + A_1$$

$$\dot{x}_{31} = -x_{31} + f(x_{13} - x_{12})x_{31} + r(x_{31}) + A_1$$

Jules et Jim

Modell mit vier Komponenten

$$\dot{x}_{12} = -f(x_{13} - x_{12})x_{12} + r(x_{21}) + A_2$$

Reproduziert mehrere Partnerwechsel

$$\dot{x}_{13} = -f(x_{12} - x_{13})x_{13} + r(x_{31}) + A_3$$

zeigt turbulentes (chaotisches) Verhalten

$$\dot{x}_{31} = -x_{31} + f(x_{13} - x_{12})x_{31} + r(x_{31}) + A_1$$

Literatur

* S.H. Strogatz: Love Affairs and Differential Equations, Mathematics Magazine 61(1), 35, 1988

Differential Equations
and
The Progress of Love Affairs

Steven Strogatz
Sociology 212
May 10, 1978

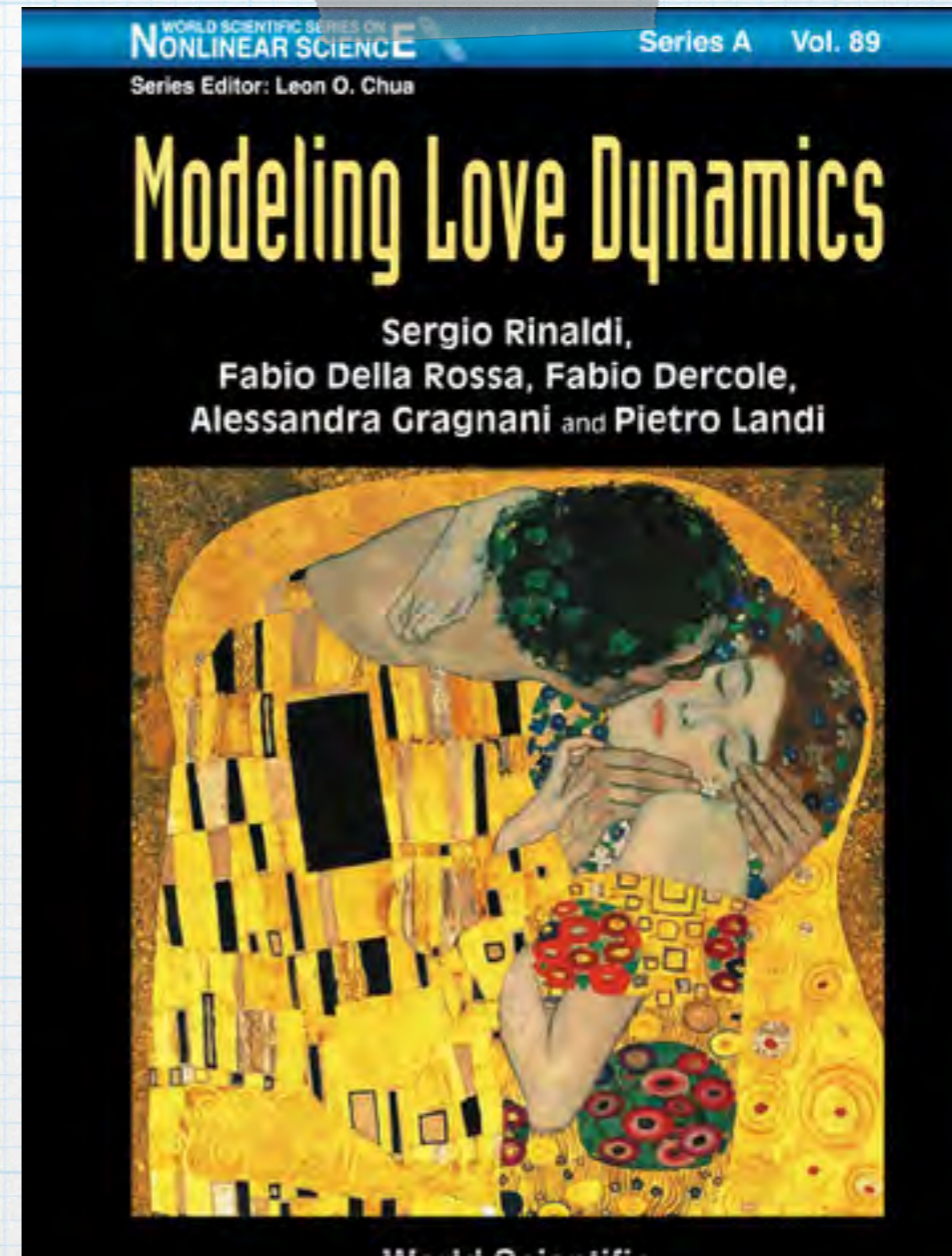
I. Introduction

Love affairs are like bombs — sometimes they explode and sometimes they fizzle; for those involved, the outcome is a matter of some concern; and there seems to be no way to tell until it's too late. In this essay, I analyze love affairs, the duds as well as the explosions, in hopes of finding recurrent patterns. (We) shall examine various mathematical models whose assumptions are based on sociological findings. Our program is as follows: construct a linear system whose variables are suggested by Equity Theory and Reinforcement Theory. Then deduce consequences, compare with experience, and chuckle a little bit (some of the predictions are amusing). Next, we criticize and refine the model, making it more plausible sociologically, but virtually intractable mathematically. Still, we can learn much from certain simple cases. Finally we close with a suggestion for an experimental test of the models.

use one or the other - but both.

Literatur

- * S. Rinaldi, F. Della Rossa, F. Dercole, A. Gragnani and P. Landi: Modeling Love Dynamics, World Scientific, 2015



Herzlichen Dank!

**Möge Ihr Liebesdiagramm längs der Diagonalen
weit im grünen Quadranten enden!**